

Chapitre 2

Espaces tordus

Tous les résultats de [25, chapitre 2] sont vrais ici, à l'exception de 2.6 et 2.10.

Dans le chapitre précédent, on a décrit la version « corps de fonctions » des résultats de [25, chapitre 1] sur les transformées de Laplace des fonctions caractéristiques de cônes et sur les (G, M) -familles. L'adaptation au cas tordu étant immédiate, nous serons très succincts.

2.1 Hypothèses

Soit (\tilde{G}, G) un G -espace tordu. On rappelle que \tilde{G} est une variété algébrique affine, munie d'une action algébrique de G à gauche, qui en fait un G -espace principal homogène, et d'une application

$$\tilde{G} \rightarrow \text{Aut}(G), \delta \mapsto \text{Int}_\delta, \quad \text{telle que} \quad \text{Int}_{g\delta} = \text{Int}_g \circ \text{Int}_\delta$$

pour tout $g \in G$ et tout $\delta \in \tilde{G}$. On en déduit une action à droite de G sur \tilde{G} , donnée par

$$\delta g = \text{Int}_\delta(g)\delta.$$

On suppose que \tilde{G} est défini sur F , c'est-à-dire que les actions à gauche et à droite de G sur \tilde{G} sont définies sur F , et que $\tilde{G}(F)$ est non vide. L'ensemble $\tilde{G}(\mathbb{A})$ des points adéliques de \tilde{G} est un espace tordu sous $G(\mathbb{A})$, et on a

$$\tilde{G}(\mathbb{A}) = G(\mathbb{A})\tilde{G}(F) = \tilde{G}(F)G(\mathbb{A}).$$

On notera souvent θ l'automorphisme de G défini par Int_δ pour un $\delta \in \tilde{G}(F)$. On observe que l'automorphisme induit par θ sur α_G ne dépend que de \tilde{G} . On pose

$$\alpha_{\tilde{G}} = \alpha_G^\theta, \quad \text{et} \quad a_{\tilde{G}} = \dim \alpha_{\tilde{G}}.$$

On suppose, comme en [25, section 2.5]¹, que l'application naturelle

$$\alpha_G^\theta \rightarrow \alpha_G / (1 - \theta)\alpha_G$$

¹Dans [34], l'hypothèse est un peu plus forte que celle de [25, section 2.5] : le F -automorphisme θ de Z_G est supposé d'ordre fini, ce qui assure l'existence d'un F -groupe algébrique affine G^+ de composante neutre G , tel que \tilde{G} soit une composante connexe de G^+ .

est un isomorphisme. Dans ce cas on a une décomposition en somme directe

$$\alpha_G = \alpha_{\tilde{G}} \oplus \alpha_{\tilde{G}}, \quad \text{en posant } \alpha_{\tilde{G}} = (1 - \theta)\alpha_G.$$

On observe que

$$\det(\theta - 1 | \alpha_{\tilde{G}}) \neq 0.$$

Notons X le \mathbb{Z} -module libre des caractères du tore A_G . Soit X_θ le groupe des co-invariants sous θ dans X , et \tilde{X} le \mathbb{Z} -module libre quotient de X_θ par son sous-groupe de torsion. On notera $A_{\tilde{G}}$ le tore déployé dont le groupe des caractères est \tilde{X} . C'est aussi le tore déployé dont le groupe des co-caractères est le sous-groupe Y^θ des invariants sous θ du groupe Y des co-caractères de A_G . Le morphisme $X \rightarrow \tilde{X}$ induit un homomorphisme $A_{\tilde{G}} \rightarrow A_G$ qui identifie $A_{\tilde{G}}$ à la composante neutre du sous-groupe A_G^θ de A_G , formé des points fixes sous θ . En particulier, $A_{\tilde{G}}(\mathbb{A})$ est un sous-groupe d'indice fini de $A_G(\mathbb{A})^\theta = A_G^\theta(\mathbb{A})$. Soit

$$\mathbf{H}_{\tilde{G}} : G(\mathbb{A}) \rightarrow \alpha_{\tilde{G}}$$

l'application composée de $\mathbf{H}_G : G(\mathbb{A}) \rightarrow \alpha_G$ et de la projection sur $\alpha_{\tilde{G}}$. On note $\mathcal{A}_{\tilde{G}}$ l'image de $\mathbf{H}_{\tilde{G}}$, c'est-à-dire l'image de \mathcal{A}_G par la projection orthogonale par rapport à $\alpha_{\tilde{G}}$. C'est un réseau de $\alpha_{\tilde{G}}$. Comme dans le cas non tordu, on a un morphisme naturel injectif $\mathcal{A}_{\mathcal{A}_{\tilde{G}}} \rightarrow \mathcal{A}_{\tilde{G}}$. On note $\mathcal{B}_{\tilde{G}} (= \mathbf{H}_{\tilde{G}}(\mathcal{A}_{\tilde{G}}(\mathbb{A})))$ son image, qui est un sous-groupe d'indice fini de $\mathcal{A}_{\tilde{G}}$, et on pose

$$\mathfrak{c}_{\tilde{G}} \stackrel{\text{déf}}{=} \mathcal{B}_{\tilde{G}} \backslash \mathcal{A}_{\tilde{G}}.$$

Notons que d'après ce qui précède, $\mathcal{B}_{\tilde{G}}$ coïncide avec le sous-groupe \mathcal{B}_G^θ de \mathcal{B}_G , formé des points fixes sous θ : on a

$$\mathcal{B}_{\tilde{G}} = \mathcal{B}_G^\theta = \mathcal{B}_G \cap \alpha_{\tilde{G}}.$$

On pose

$$\mathcal{B}_{\tilde{G}}^\theta = \mathcal{B}_{\tilde{G}} \backslash \mathcal{B}_G \quad \text{et} \quad \mathfrak{c}_{\tilde{G}}^\theta = \mathcal{B}_{\tilde{G}} \backslash \mathcal{A}_G.$$

On observe que $\mathcal{B}_{\tilde{G}}^\theta$ est un réseau de $\alpha_{\tilde{G}}^\theta$, et que $\mathfrak{c}_{\tilde{G}}^\theta$ est un \mathbb{Z} -module de type fini qui s'insère dans la suite exacte courte

$$0 \rightarrow \mathcal{B}_{\tilde{G}}^\theta \rightarrow \mathfrak{c}_{\tilde{G}}^\theta \rightarrow \mathfrak{c}_G \rightarrow 0.$$

On suppose, ce qui est loisible, que la paire parabolique définie sur F minimale (P_0, A_0) de G a été choisie de telle sorte qu'elle soit stable par Int_{δ_0} pour un élément $\delta_0 \in \tilde{G}(F)$, déterminé de manière unique modulo $M_0(F)$. On fixe un tel δ_0 , et on pose $\theta_0 = \text{Int}_{\delta_0}$, $\tilde{P}_0 = \delta_0 P_0$ et $\tilde{M}_0 = \delta_0 M_0$. Alors le F -automorphisme θ_0 de G induit par functorialité un automorphisme de α_0 , que l'on note encore θ_0 . Puisque

le F -automorphisme θ_0 préserve A_0 et P_0 , il induit une permutation de l'ensemble fini Δ_0 et donc un automorphisme d'ordre fini de α_0^G .

On renvoie à [25, sections 2.7, 2.8] pour la définition des sous-ensembles (ou sous-espaces) paraboliques et sous-ensembles de Levi et l'adaptation des autres notions. En particulier, un sous-groupe parabolique standard P dont le normalisateur dans \tilde{G} est non vide est θ_0 stable et l'ensemble $\tilde{P} = P\delta_0$ est un sous-espace parabolique standard.

L'extension au cas tordu de la notion de famille orthogonale, de (G, M) -famille et de la combinatoire des fonctions $\tau, \hat{\tau}, \phi$ et Γ , est immédiate (cf. [25, section 2.9]). On dispose de plus ici de la notion de famille \tilde{M} -orthogonale entière et de (\tilde{G}, \tilde{M}) -famille périodique. Toute famille M -orthogonale $\mathfrak{X} = (X_P)$ définit par projection une famille \tilde{M} -orthogonale $(X_{\tilde{P}})$, et si \mathfrak{X} est entière alors $(X_{\tilde{P}})$ l'est aussi. En particulier, tout élément $T \in \alpha_0$ définit une famille \tilde{M} -orthogonale $([T]_{\tilde{P}})$. Toutes les relations de [25, section 1.7, 1.8] et de [34, section 1.3] sont valables pour ces nouvelles fonctions. Par exemple, si $\mathfrak{X} = (X_{\tilde{P}})$ est une famille \tilde{M} -orthogonale, pour $\Lambda \in \alpha_{0, \mathbb{C}}^*$, on pose

$$\gamma_{\tilde{M}, F}^{\tilde{Q}, \mathfrak{X}}(Z; \Lambda) = \sum_{H \in \mathcal{A}_{\tilde{P}}^{\tilde{Q}}(Z)} \Gamma_{\tilde{M}}^{\tilde{Q}}(H, \mathfrak{X}) e^{\langle \Lambda, H \rangle}.$$

Comme dans le cas non tordu, $\Lambda \mapsto \gamma_{\tilde{M}, F}^{\tilde{Q}, \mathfrak{X}}(Z; \Lambda)$ est une fonction entière de $\Lambda \in \alpha_{0, \mathbb{C}}^*$, et on a la décomposition pour Λ en dehors des murs

$$\gamma_{\tilde{M}, F}^{\tilde{Q}, \mathfrak{X}}(Z; \Lambda) = \sum_{\tilde{P} \in \mathcal{P}^{\tilde{Q}}(\tilde{M})} \varepsilon_{\tilde{P}}^{\tilde{Q}, \mathfrak{X}}(Z; \Lambda).$$

Pour une (\tilde{G}, \tilde{M}) -famille $\mathbf{c} = (\mathbf{c}(\cdot, \tilde{P}))$, comme en section 1.6 et modulo le choix d'une mesure de Haar sur l'espace $\alpha_{\tilde{M}}^{\tilde{Q}}$, on définit pour $\Lambda \in \hat{\alpha}_0$ en dehors des murs,

$$\mathbf{c}_{\tilde{M}}^{\tilde{Q}}(\Lambda) = \sum_{\tilde{P} \in \mathcal{P}^{\tilde{Q}}(\tilde{M})} \varepsilon_{\tilde{P}}^{\tilde{Q}}(\Lambda) \mathbf{c}(\Lambda, \tilde{P}).$$

De même, si $Z \in \mathcal{A}_{\tilde{Q}}$ et $\mathfrak{X} = (X_{\tilde{P}})$ est une famille \tilde{M} -orthogonale, on pose

$$\mathbf{c}_{\tilde{M}, F}^{\tilde{Q}, \mathfrak{X}}(Z; \Lambda) = \sum_{\tilde{P} \in \mathcal{P}^{\tilde{Q}}(\tilde{M})} \varepsilon_{\tilde{P}}^{\tilde{Q}, \mathfrak{X}}(Z; \Lambda) \mathbf{c}(\Lambda, \tilde{P}).$$

Ces fonctions vérifient les mêmes propriétés que dans le cas non tordu. En particulier, toute (\tilde{G}, \tilde{M}) -famille périodique \mathbf{c} s'écrit $\mathbf{c} = \mathbf{c}_m$, pour une fonction à décroissance rapide m sur le réseau $\mathcal{H}_{\tilde{M}}$ des familles \tilde{M} -orthogonales qui sont entières. On a une formule d'inversion de Fourier analogue de celle de la proposition 1.6.8 dans le cas

tordu, et la fonction $\Lambda \mapsto \mathbf{c}_{\tilde{M},F}^{\tilde{Q},\mathfrak{X}}(Z; \Lambda)$ sur $\widehat{\alpha}_0$ est lisse et invariante par $\mathcal{A}_{\tilde{M}}^\vee$. On a aussi une variante de cette formule d'inversion de Fourier, lorsque \mathbf{c} se prolonge en une (G, M) -famille périodique :

Lemme 2.1.1. *Soient $\tilde{M} \in \tilde{\mathcal{L}}$, $\tilde{Q} \in \mathcal{F}(\tilde{M})$ et $Z \in \mathcal{A}_{\tilde{Q}}$. Soit \mathfrak{X} une famille \tilde{M} -orthogonale, et soit $\mathbf{c} = (\mathbf{c}(\cdot, \tilde{P}))$ une (\tilde{G}, \tilde{M}) -famille périodique. Supposons que \mathbf{c} se prolonge en une (G, M) -famille périodique $(\mathbf{c}(\cdot, P))$, et soit m une fonction à décroissance rapide sur \mathcal{H}_M telle que $\mathbf{c} = \mathbf{c}_m$. Alors*

$$\mathbf{c}_{\tilde{M},F}^{\tilde{Q},\mathfrak{X}}(Z; \Lambda) = \sum_{\mathfrak{U} \in \mathcal{H}_M} m(\mathfrak{U}) \gamma_{\tilde{M},F}^{\tilde{Q},\mathfrak{X}}(Z, \mathfrak{U}; \Lambda)$$

avec

$$\gamma_{\tilde{M},F}^{\tilde{Q},\mathfrak{X}}(Z, \mathfrak{U}; \Lambda) = \gamma_{\tilde{M},F}^{\tilde{Q},\mathfrak{U}' + \mathfrak{X}}(Z + U_{\tilde{Q}}; \Lambda),$$

où \mathfrak{U}' est la famille \tilde{M} -orthogonale entière déduite de \mathfrak{U} par projection.

Démonstration. Notons m' la fonction à décroissance rapide sur $\mathcal{H}_{\tilde{M}}$ définie par

$$m'(\mathfrak{U}') = \sum_{\mathfrak{U} \in \mathcal{H}_M(\mathfrak{U}')} m(\mathfrak{U}),$$

où $\mathcal{H}_M(\mathfrak{U}') \subset \mathcal{H}_M$ est la fibre au-dessus de \mathfrak{U}' . Il suffit de voir que la (\tilde{G}, \tilde{M}) -famille \mathbf{c} est associée à m' : on a $\mathbf{c} = \mathbf{c}_{m'}$. ■

La preuve de la proposition 1.7.4 s'étend au cas tordu et fournit le lemme suivant.

Lemme 2.1.2. *Soient $\tilde{M} \in \tilde{\mathcal{L}}$, $\tilde{Q} \in \mathcal{F}(\tilde{M})$ et $Z \in \mathcal{A}_{\tilde{Q}}$. Soit \mathfrak{X} une famille \tilde{M} -orthogonale rationnelle, et soit $\mathbf{c} = (\mathbf{c}(\cdot, \tilde{P}))$ une (\tilde{G}, \tilde{M}) -famille périodique. Pour $\Lambda \in \widehat{\alpha}_0$, la fonction $T \mapsto \mathbf{c}_{\tilde{M},F}^{\tilde{Q},\mathfrak{X}(T)}(Z; \Lambda)$ appartient à PolExp . On a aussi l'analogie tordu des points (ii) et (iii) de la proposition 1.7.4.*

Nous aurons besoin d'une variante de ce qui précède. Le \mathbb{Z} -module de type fini

$$\mathfrak{c}_{\tilde{M}}^{\tilde{Q}} \stackrel{\text{déf}}{=} \mathcal{B}_{\tilde{Q}} \backslash \mathcal{A}_{\tilde{M}}$$

s'insère dans la suite exacte courte

$$0 \rightarrow \mathcal{B}_{\tilde{Q}} \backslash \mathcal{B}_{\tilde{M}} \rightarrow \mathfrak{c}_{\tilde{M}}^{\tilde{Q}} \rightarrow \mathfrak{c}_{\tilde{M}} \rightarrow 0.$$

On note $\mathcal{B}_{\tilde{M}}^{\tilde{Q}}(Z) \subset \mathfrak{c}_{\tilde{M}}^{\tilde{Q}}$ la fibre au-dessus de $Z \in \mathfrak{c}_{\tilde{M}}$. C'est un espace principal homogène sous $\mathcal{B}_{\tilde{M}}^{\tilde{Q}} = \mathcal{B}_{\tilde{Q}} \backslash \mathcal{B}_{\tilde{M}}$. Pour $\Lambda \in (\alpha_{0,C}^G)^* \oplus \mathcal{B}_{\tilde{Q}}^\vee$, $\tilde{P} \in \mathcal{P}^{\tilde{Q}}(\tilde{M})$, $T \in \alpha_0$ et $X \in \alpha_0$, on pose

$$\eta_{\tilde{P},F}^{\tilde{Q},T}(Z; X, \Lambda) = \sum_{H \in \mathcal{B}_{\tilde{M}}^{\tilde{Q}}(Z)} \Gamma_{\tilde{P}}^{\tilde{Q}}(H - X, T) e^{(\Lambda, H)}.$$

L'expression

$$(2.1) \quad \eta_{\tilde{P},F}^{\tilde{Q},T}(Z; X) = \eta_{\tilde{P},F}^{\tilde{Q},T}(Z; X, 0)$$

ne dépend que de l'image de T dans $\mathcal{B}_{\tilde{P}}^{\tilde{Q}} \setminus \alpha_{\tilde{P}}^{\tilde{Q}}$. La proposition suivante est une variante du lemme 1.6.7 et de la proposition 1.7.4.

Proposition 2.1.3. *Pour $X \in \alpha_{0,\mathbb{Q}}$, la fonction*

$$T \mapsto \phi(T) = \eta_{\tilde{P},F}^{\tilde{Q},T}(Z; X)$$

est un élément de PolExp : pour tout réseau \mathcal{R} de $\alpha_{0,\mathbb{Q}}$, sa restriction à \mathcal{R} s'écrit

$$\phi_{\mathcal{R}}(T) = \sum_{v \in E} p_{\mathcal{R},v}(T) e^{(v,T)},$$

où E est un sous-ensemble fini de $\widehat{\mathcal{R}}$ et les $p_{\mathcal{R},v}$ sont des polynômes de degré majoré par $a_{\tilde{P}} - a_{\tilde{Q}}$. Les polynômes $p_{\mathcal{R}_k,0}$ ont pour limite, lorsque $k \rightarrow \infty$, un polynôme qui est indépendant du réseau \mathcal{R} .

Démonstration. Puisque

$$\eta_{\tilde{P},F}^{\tilde{Q},T}(Z; X) = e^{(\Lambda, Z')} \eta_{\tilde{P},F}^{\tilde{Q},T}(0; X - Z'),$$

on peut supposer $Z = 0$, et il suffit de traiter le cas $\tilde{Q} = \tilde{G}$. Posons

$$\eta_{\tilde{P},F}^{\tilde{G},T}(X, \Lambda) = \eta_{\tilde{P},F}^{\tilde{G},T}(0; X, \Lambda).$$

On rappelle que

$$(2.2) \quad \Gamma_{\tilde{P}}^{\tilde{G}}(H, T) = \sum_{\{\tilde{R} | \tilde{P} \subset \tilde{R}\}} (-1)^{a_{\tilde{R}} - a_{\tilde{G}}} \tau_{\tilde{P}}^{\tilde{R}}(H) \hat{\tau}_{\tilde{R}}^{\tilde{G}}(H - T),$$

et que la projection dans $\alpha_{\tilde{P}}^{\tilde{G}}$ du support de la fonction $H \mapsto \Gamma_{\tilde{P}}^{\tilde{G}}(H, T)$ est compacte.

Pour $\Lambda \in \alpha_{0,\mathbb{C}}^{\tilde{G}}$, sa transformée anti-Laplace

$$\eta_{\tilde{P},F}^{\tilde{G},T}(X, \Lambda) = \sum_{H \in \mathcal{B}_{\tilde{P}}^{\tilde{G}}} \Gamma_{\tilde{P}}^{\tilde{G}}(H - X, T) e^{(\Lambda, H)}$$

est donc une fonction holomorphe de Λ . Comme dans le lemme 1.6.3, on considère un réseau \mathcal{D}_k de $\alpha_{\tilde{P}}^{\tilde{G}}$ assez fin pour que $\mathcal{B}_{\tilde{P}}^{\tilde{G}}$ et les images de X et T dans $\alpha_{\tilde{P}}^{\tilde{G}}$ soient contenus dans ce réseau. On a

$$\eta_{\tilde{P},F}^{\tilde{G},T}(X, \Lambda) = c^{-1} \sum_{v \in \mathfrak{R}} \sum_{H \in \mathcal{D}_k} \Gamma_{\tilde{P}}^{\tilde{G}}(H - X, T) e^{(\Lambda + v, H)},$$

où ν parcourt le dual $\mathfrak{N} = \mathcal{B}_{\tilde{P}}^{\tilde{G}, \vee} / \mathcal{D}_k^{\vee}$ de $\mathcal{B}_{\tilde{P}}^{\tilde{G}} \setminus \mathcal{D}_k$ et c est l'indice de $\mathcal{B}_{\tilde{P}}^{\tilde{G}}$ dans \mathcal{D}_k . La somme en H peut se calculer au moyen de l'expression (2.2) lorsque $\mathfrak{N}(-\Lambda)$ est régulier :

$$\eta_{\tilde{P}, F}^{\tilde{G}, T}(X, \Lambda) = \sum_{\{\tilde{R} | \tilde{P} \subset \tilde{R}\}} \eta_{\tilde{P}, \tilde{R}}^T(X, \Lambda),$$

avec

$$\eta_{\tilde{P}, \tilde{R}}^T(X, \Lambda) = c^{-1}(-1)^{a_{\tilde{R}} - a_{\tilde{G}}} \sum_{\nu \in \mathfrak{N}} \sum_{H \in \mathcal{D}_k} \tau_{\tilde{P}}^{\tilde{R}}(H - X) \hat{\tau}_{\tilde{R}}(H - T - X) e^{(\Lambda + \nu, H)},$$

qui est une fonction méromorphe en Λ ayant un pôle d'ordre $a_{\tilde{P}}^{\tilde{G}} = a_{\tilde{P}} - a_{\tilde{G}}$ en $\Lambda = 0$. On conclut comme dans le lemme 1.6.7 en considérant les développements de Laurent des $\eta_{\tilde{P}, \tilde{R}}^T(X, \Lambda)$. Pour la dernière assertion, on procède comme dans la preuve de la proposition 1.7.4. ■

2.2 Les fonctions σ et $\tilde{\sigma}$

D'après [25, lemme 2.11.1], pour $Q \in \mathcal{P}_{\text{st}}$, il existe un plus petit $\tilde{Q}^+ \in \tilde{\mathcal{P}}_{\text{st}}$ et un plus grand $\tilde{Q}^- \in \tilde{\mathcal{P}}_{\text{st}}$ tels que

$$Q^- \subset Q \subset Q^+.$$

De plus ([25, lemme 2.11.2]), pour $Q, R \in \mathcal{P}_{\text{st}}$ tels que $Q^+ \subset R^-$, on a $(\alpha_Q^R)^{\theta_0} = \alpha_{\tilde{Q}^+}^{\tilde{R}^-}$.

Pour $Q, R \in \mathcal{P}$, tels que $Q \subset R$, on note σ_Q^R la fonction caractéristique de l'ensemble des $H \in \alpha_0$ tels que

$$\begin{cases} \langle \alpha, H \rangle > 0 & \text{pour } \alpha \in \Delta_Q^R, \\ \langle \alpha, H \rangle \leq 0 & \text{pour } \alpha \in \Delta_Q \setminus \Delta_Q^R, \\ \langle \varpi, H \rangle > 0 & \text{pour tout } \varpi \in \hat{\Delta}_R. \end{cases}$$

Si de plus $Q \in \mathcal{P}_{\text{st}}$ et $Q^+ \subset R^-$, il existe un $\tilde{P} \in \tilde{\mathcal{P}}$ tel que $Q \subset P \subset R$, alors on définit la variante tordue $\tilde{\sigma}_Q^R$ de la fonction σ_Q^R en remplaçant la troisième condition par

$$\langle \tilde{\varpi}, H \rangle > 0 \quad \text{pour tout } \tilde{\varpi} \in \hat{\Delta}_{\tilde{P}}.$$

D'après [25, lemme 2.11.3], la fonction $\tilde{\sigma}_Q^R$ est indépendante du choix du $\tilde{P} \in \tilde{\mathcal{P}}$ avec $Q \subset P \subset R$ utilisé pour la définir, ce qui justifie la notation.

2.3 La fonction q

Pour $Q \in \mathcal{P}_{\text{st}}$, considérons l'application linéaire²

$$q = q_Q : \alpha_0 \rightarrow \alpha_{\tilde{Q}}$$

définie par

$$q(X) = ((1 - \theta_0)X^{\tilde{G}})_Q = ((1 - \theta_0)X)^{\tilde{G}}_{\tilde{Q}}.$$

Elle se factorise à travers la projection orthogonale $\alpha_0 \rightarrow \alpha_{\tilde{Q}_0}$, avec

$$Q_0 = Q \cap \theta_0^{-1}(Q) \in \mathcal{P}_{\text{st}}.$$

Tous les résultats de [25, sections 2.12 et 2.13] sont vrais ici, *mutatis mutandis*.

²Notons que notre définition de q_Q diffère de celle de [25, section 2.13] puisqu'on projette sur $\alpha_{\tilde{Q}}$ et non pas sur $\alpha_{\tilde{Q}_0}$. Cela ne change pas grand chose à l'affaire puisque, par hypothèse, l'application $1 - \theta$ est un automorphisme de $\alpha_{\tilde{G}}$.