Annexe

Erratum pour [25]

Dans cette annexe, les notations sont celles de [25].

Err (i) – Il a été observé par P.-H. Chaudouard que la preuve de [25, lemme 1.8.1], pages 22–23, n'est valable que si les sous-espaces $\mathfrak{a}_Q^R$ et $\mathfrak{a}_S^R$ sont orthogonaux. Un argument différent est donné ci-dessous. On commence par établir un résultat auxiliaire. Soit V un espace vectoriel réel euclidien de dimension finie. On note $(\,,\,)$ le produit scalaire, $\|\;\|$ la norme et V^* l'espace dual (que l'on peut identifier à V). Soit Δ une base de V^* (que l'on ne suppose pas nécessairement obtuse) et soit Δ^* la base de V^* formée des $\xi_\alpha \in V^*$ tels que $(\alpha, \xi_\beta) = \delta_{\alpha,\beta}$, où $\delta_{\alpha,\beta}$ est le symbole de Kronecker. En d'autres termes, Δ^* est la base duale de Δ et $\alpha \mapsto \xi_\alpha$ est la bijection naturelle entre Δ et Δ^*.

Lemme A.1. *Soit $X \in V$. On note $C(\Delta, X)$ l'ensemble des $H \in V$ tels que pour tout $\alpha \in \Delta$ on ait*

$$\alpha(H) \geq 0 \quad \textit{et} \quad \xi_\alpha(H - X) \leq 0.$$

Il existe une constante $c > 0$ telle que

$$\|H\| \leq c\|X\|.$$

Démonstration. Pour $H \in C(\Delta, X)$ on a

$$(H, H) = \sum_{\alpha\in\Delta} \alpha(H)\xi_\alpha(H) \leq \sum_{\alpha\in\Delta} \alpha(H)\xi_\alpha(X),$$

ce qui implique l'existence d'une constante $c > 0$, telle que

$$\|H\|^2 \leq c\|H\|\,\|X\| \qquad \text{et donc} \qquad \|H\| \leq c\|X\|. \qquad \blacksquare$$

Corollaire A.2. *L'ensemble $C(\Delta, X)$ est compact et si $X = 0$, alors $C(\Delta, X)$ est réduit à $\{0\}$.*

On considère maintenant trois sous-groupes paraboliques $P \subset Q \subset R$ dans G. Soit $V = \mathfrak{a}_P^R$. On dispose de la base Δ_P^R de $V^* = \mathfrak{a}_P^{R,*}$. On note encore $\alpha \mapsto \xi_\alpha$ la bijection naturelle entre Δ_P^R et sa base duale[1]. D'après [25, lemme 1.2.2], il existe

[1] La base $(\Delta_P^R)^*$ formée des ξ_α n'est pas en général identique à la base $\hat{\Delta}_P^R$, formée des ϖ_α. En effet, les ξ_α et ϖ_α sont colinéaires avec coefficients de proportionnalité positifs, mais non nécessairement égaux à 1.

un sous-groupe parabolique S tel que Δ_P^R soit l'union disjointe de Δ_P^Q et Δ_P^S. Soit $X \in V$. On note $C(P,Q,R,X)$ l'ensemble des $H \in V$ tels que

$$\alpha(H) > 0 \quad \text{pour tout} \quad \alpha \in \Delta_P^Q, \quad \alpha(H) \leq 0 \quad \text{pour tout} \quad \alpha \in \Delta_P^S$$

et

$$\xi_\alpha(H - X) > 0 \quad \text{pour tout} \quad \alpha \in \Delta_P^S, \quad \xi_\alpha(H - X) \leq 0 \quad \text{pour tout} \quad \alpha \in \Delta_P^Q.$$

Le lemme 1.8.1 de [25] affirme que nous avons le résultat suivant.

Lemme A.3. *On a les trois assertions suivantes :*

(i) *L'ensemble $C(P,Q,R,X)$ est relativement compact et est contenu dans une boule de rayon $c\|X\|$, pour une constante $c > 0$.*

(ii) *$C(P,Q,R,0)$ est vide, sauf si $P = R$.*

(iii) *Si X est dans l'adhérence la chambre de Weyl positive, i.e. si $\alpha(X) \geq 0$ pour tout $\alpha \in \Delta_P^R$, alors $C(P,Q,R,X)$ est vide si $Q \subsetneq R$.*

Démonstration. On observe que l'adhérence de $C(P,Q,R,X)$ est un fermé dans $C(\Delta, X) \subset V = \mathfrak{a}_P^R$, où Δ est la base de V formée des $\alpha \in \Delta_P^Q$ et des $-\alpha$ pour $\alpha \in \Delta_P^S$. L'assertion (i) résulte du lemme A.1. Lorsque $X = 0$, il résulte du corollaire A.2 que $C(P,Q,R,0) \subset \{0\}$ et si $P \neq R$ les inégalités strictes excluent $H = 0$. Pour établir (iii), on observe que

$$\alpha(H) = \alpha(X) + \sum_{\beta \in \Delta_P^Q} (\alpha,\beta)\xi_\beta(H - X) + \sum_{\beta \in \Delta_P^S} (\alpha,\beta)\xi_\beta(H - X).$$

Considérons $H \in C(P,Q,R,X)$, $\alpha \in \Delta_P^S$ et X dans l'adhérence la chambre de Weyl positive. Comme Δ_P^R est une base obtuse, on a

$$\alpha(H) \leq 0, \quad \alpha(X) \geq 0 \quad \text{et} \quad \sum_{\beta \in \Delta_P^Q} (\alpha,\beta)\xi_\beta(H - X) \geq 0,$$

ce qui implique

$$\sum_{\beta \in \Delta_P^S} (\alpha,\beta)\langle \xi_\beta, H - X \rangle \leq 0.$$

Pour toute famille de scalaires positifs $\{c_\alpha \,|\, \alpha \in \Delta_P^S\}$ on a donc

$$\sum_{\alpha \in \Delta_P^S} (\eta,\alpha)\xi_\alpha(H - X) \leq 0 \quad \text{avec} \quad \eta = \sum_{\alpha \in \Delta_P^S} c_\alpha \alpha.$$

Les restrictions $\overline{\xi}_\alpha$ des ξ_α au sous-espace $\mathfrak{a}_P^S \subset \mathfrak{a}_P^R$ forment la base duale de Δ_P^S, qui est aigüe puisque Δ_P^S est obtuse [25, lemme 1.2.5]. On choisit

$$\eta = \sum_{\alpha\in\Delta_P^S} \overline{\xi}_\alpha, \quad \text{c'est-à-dire} \quad c_\alpha = \sum_{\beta\in\Delta_P^S} (\overline{\xi}_\alpha, \overline{\xi}_\beta) > 0.$$

Dans ce cas, $(\eta, \alpha) = 1$ pour tout $\alpha \in \Delta_P^S$, ce qui fournit l'inégalité

$$\sum_{\alpha\in\Delta_P^S} \xi_\alpha(H - X) \le 0.$$

Comme $\xi_\alpha(H - X) > 0$ pour tout $\alpha \in \Delta_P^S$, c'est une contradiction si Δ_P^S est non vide. ∎

Err (ii) – Dans l'énoncé du corollaire 3.6.7 de [25], page 74, lire $n, n' \in N_0(\mathbb{A}_F)$.

Err (iii) – Dans l'énoncé de [25, lemme 4.2.2], page 86 apparaît un signe $(-1)^{a_Q - a_G}$ qui est erroné, il faut le supprimer. L'erreur est engendrée par une faute de frappe dans la preuve : dans la formule (1) en haut de la page 87 on doit lire $(-1)^{a_R - a_Q}$ au lieu de $(-1)^{a_R - a_G}$.

Err (iv) – Il a été observé par Delorme que dans la proposition 4.3.3 de [25] il faut ajouter une condition sur T. Non seulement T doit être « régulier », mais il doit être « loin des murs ». De fait, il est supposé implicitement que $\mathbf{d}_{P_0}(T) > 0$, mais il faut, de plus, fixer une constante c (positive assez grande) et se limiter à des T vérifiant

$$\|T\| \le c\, \mathbf{d}_{P_0}(T),$$

ou, ce qui revient au même, imposer (pour une autre constante)

$$\langle \alpha, T \rangle \le c \langle \beta, T \rangle$$

pour tous les α et $\beta \in \Delta$. L'argument qui suit, corrigeant la preuve de [25, proposition 4.3.3], est emprunté à un message de Waldspurger à Delorme.

Démonstration. On reprend la preuve et les notations de la proposition [25, proposition 4.3.2]. On doit majorer

$$\|x\|^B |A_{Q,R}(x)|$$

pour $Q \subsetneq R$. L'expression $A_{Q,R}(x)$ est donnée par une somme sur $\xi \in Q(F)\backslash G(F)$, mais pour x fixé, il y a au plus un ξ modulo $Q(F)$, tel que

$$F_{P_0}^Q(\xi x, T)\sigma_Q^R(\mathbf{H}_0(\xi x - T)) = 1.$$

Quitte à remplacer x par ξx, on peut supposer

$$F_{P_0}^{Q}(x,T)=1, \tag{A.1}$$

$$\sigma_Q^R(\mathbf{H}_0(x)-T)=1. \tag{A.2}$$

D'après [25, lemme 3.6.2], on peut aussi supposer $x=n_1ak$ avec $n_1\in N_Q(\mathbb{A}_F)$, $a\in\mathfrak{A}_0^G$ et $k\in\Omega$ un compact (qui ne dépend que du choix du sous-groupe parabolique Q). Pour les majorations, on peut aussi bien supposer $k=1$. On impose aussi que n_1 est dans un compact, ce que l'on peut assurer en le multipliant à gauche par un élément de $N_Q(F)$. D'après [25, lemme 4.3.1], pour tout entier $r\geq 1$, il existe un opérateur différentiel $X_{Q,R}$ de degré r, qui ne dépend que de Q, R, r, tel que

$$|A_{Q,R}(x)|\leq \sup_{n_1'\in N_Q(\mathbb{A}_F)} |\boldsymbol{\rho}(\mathrm{Ad}(a^{-1})X_{Q,R})\varphi(n_1'a)|.$$

L'opérateur $X_{Q,R}$ est de la forme $X_{Q,R}=\sum_m Z_m$ avec

$$\mathrm{Ad}(e^{H_1})Z_m=e^{\lambda_m(H_1)}Z_m \quad \text{pour} \quad H_1\in\mathfrak{a}_Q^R,$$

où λ_m est une combinaison linéaire à coefficients entiers $\geq r$ des racines dans Δ_Q^R. On en déduit bien une majoration

$$|A_{Q,R}(x)|\ll \sup_{n_1',m} e^{-r\sum_{\alpha\in\Delta_Q^R}\langle\alpha,\mathbf{H}_0(a)\rangle}|\boldsymbol{\rho}(Z_m)\varphi(n_1'a)|,$$

où les Z_m ne dépendent que de Q, R, r. D'où

$$|x|^B|A_{Q,R}(x)|\ll e^{C(a)}\sup_{n_1',m}|\boldsymbol{\rho}(Z_m)\varphi(n_1'a)|\,|x|^{-A}, \tag{A.3}$$

où l'on a posé

$$C(a)=c(B+A)\|H_0(a)\|-r\sum_{\alpha\in\Delta_Q^R}\langle\alpha,H_0(a)\rangle,$$

c étant une constante telle que $|a|\leq e^{c\|H_0(a)\|}$. La proposition 4.3.3 résulte de (A.3), à condition de prouver que

$$C(a)\leq -A\cdot\mathbf{d}_{P_0}(T).$$

Écrivons

$$H_0(a)=H_Q+H_Q^R+H_R$$

avec $H_Q\in\mathfrak{A}_Q$, $H_Q^R\in\mathfrak{A}_Q^R$ et $H_R\in\mathfrak{A}_R$. La condition (A.1) impose $\|H_Q\|\ll\|T\|$. La condition (A.2) impose (d'après [25, lemme 2.11.6]) que

$$\|H_R-T_R\|\ll\|H_Q^R-T_Q^R\|,$$

avec des définitions évidentes de T_R et T_Q^R. D'où $\|H_R\| \ll \|H_Q\| + \|T\|$. Elle impose aussi que $\langle\alpha, H_Q^R - T_Q\rangle > 0$ pour tout $\alpha \in \Delta_Q^R$. On en déduit

$$C(a) \leq c_1(A+B)\|H_Q^R\| + c_2(A+B)\|T\| - \frac{r}{2}\sum_{\alpha\in\Delta_Q^R}\langle\alpha, H_Q + T_Q\rangle,$$

où c_1, c_2 sont des constantes positives qui ne dépendent de rien. En choisissant $r \geq c_3(A+B)$ pour une constante c_3 convenable, on a

$$c_1(A+B)\|H_Q\| - \sum_{\alpha\in\Delta_Q^R}\langle\alpha, H_Q\rangle \leq 0.$$

Pour $\alpha \in \Delta_Q^R$, soit $\beta \in \Delta$ se projetant sur α. On sait que α est la somme de β et d'une combinaison linéaire des $\gamma \in \Delta_Q$ à coefficients positifs ou nuls. Donc

$$\langle\alpha, T_Q\rangle \geq \langle\beta, T\rangle \geq \mathbf{d}_{P_0}(T).$$

Alors

$$C(a) \leq c_2(A+B)\|T\| - \mid \Delta_Q^R \mid \frac{r}{2}\mathbf{d}_{P_0}(T).$$

Si on impose, comme dit plus haut, une condition $\|T\| \leq c\,\mathbf{d}_{P_0}(T)$, alors pour $r \geq c4(2A+B)$, on a bien

$$C(a) \leq -A \cdot \mathbf{d}_{P_0}(T). \qquad \blacksquare$$

Err (v) – La formule pour le produit scalaire $\langle\Phi, \Psi\rangle_P$, en bas de la page 93, donnée par une intégrale sur $\mathbf{X}_P = \mathfrak{A}_P P(F)N_P(\mathbb{A}_F)\backslash G(\mathbb{A}_F)$ n'a pas de sens si $P \neq G$. En effet, le groupe $\mathfrak{A}_P P(F)N_P(\mathbb{A}_F)$ n'est pas unimodulaire et il n'y a pas de mesure $G(\mathbb{A}_F)$-invariante à droite sur $\mathbf{X}_P$ (cf. section 5.1). Il convient de poser

$$\langle\Phi, \Psi\rangle_P = \int_{\mathbf{K}}\int_{\mathbf{X}_M}\Phi(mk)\overline{\Psi(mk)}\,\mathrm{d}m\,\mathrm{d}k.$$

En revanche, sur $\mathbf{X}_{P,G} = \mathfrak{A}_G P(F)N_P(\mathbb{A}_F)\backslash G(\mathbb{A}_F)$, on dispose de la mesure quotient et on a la formule d'intégration

$$\int_{\mathbf{X}_{P,G}} e^{\langle 2\rho_P, \mathbf{H}_P(x)\rangle}\phi(x)\,\mathrm{d}x = \int_{\mathbf{K}}\int_{\mathbf{X}_{M,G}}\phi(mk)\,\mathrm{d}m\,\mathrm{d}k,$$

qui est utilisée dans la preuve du théorème 5.4.2 de [25].

Err (vi) – Page 104. Dans la définition de l'opérateur $\boldsymbol{\rho}_{P,\sigma,\mu}(\delta, y, \omega)$, il manque le caractère ω dans la définition de l'espace d'arrivée.

Err (vii) – Page 106, ligne 16, il faut lire

$$K_{\widetilde{G}}(f,\omega;x,y)=\sum_i\int_{\mathbf{X}_G}K_{\widetilde{G}}(g_i,\omega;x,z)K^*_G(\omega h_i;z,y)\,\mathrm{d}z.$$

Err (viii) – Page 111. Dans l'énoncé de la proposition 7.2.2 de [25] il faut prendre pour K_1 et K_2 des noyaux sur $\boldsymbol{X}_{\theta(P),G}\times\boldsymbol{X}_{P,G}$ et sur $\mathbf{X}_{P,G}\times\mathbf{X}_{P,G}$ et remplacer les intégrales sur $\mathbf{X}_P$ par des intégrales sur $\mathbf{X}_{P,G}$.

Err (ix) – Page 112. Il faut remplacer $\mathcal{B}^P(\sigma)$ par $\mathcal{B}^S(\sigma)$ dans la définition de H_σ : ici M est un sous-groupe de Levi de S avec $S\subset P$. Cette erreur, due à un copier-coller intempestif, s'est propagée dans toute la suite de [25].

Err (x) – Page 126, ligne 2. Il faut remplacer $\mathfrak{n}(\mathbb{A}_F)$ par $\mathfrak{n}_P(\mathbb{A}_F)$, où $\mathfrak{n}_P$ est l'algèbre de Lie de $N=N_P$ (rappel : on a noté $\mathfrak{n}$ l'algèbre de Lie de N_{Q^+}).

Err (xi) – Page 128, ligne −15. La définition de $j_{\widetilde{P},\mathfrak{o}}(x)$ n'a pas de sens. Il faut la remplacer par

$$j_{\widetilde{P},\mathfrak{o}}(x)=\sum_{\delta\in\mathfrak{o}\cap\widetilde{M}_P(F)}\int_{N(\delta,\mathbb{A}_F)}\omega(x)f^1(x^{-1}\delta nx)\,\mathrm{d}n.$$

De même, dans l'énoncé du lemme 9.2.2, page 129, il faut remplacer la première expression par

$$\int_{N(F)\backslash N(\mathbb{A}_F)}\sum_{\delta\in\mathfrak{o}\cap\widetilde{M}_P(F)}\int_{N(\delta,\mathbb{A}_F)}\phi(n^{-1}\delta n_1n)\,\mathrm{d}n_1\,\mathrm{d}n.$$

Err (xii) – Page 128, ligne −13. Lire : *la partie quasi semi-simple δ_s de δ.*

Err (xiii) – Page 129. Dans la preuve du lemme 9.2.2, il convient de dire (même si c'est implicite) que l'application du lemme 9.2.1 de [25] induit une application surjective sur les groupes des points adéliques.

Err (xiv) – Page 130, ligne −10. Lire $s(\delta)$ au lieu de δ_s.

Err (xv) – Page 130, ligne −11. Lire $I_{s(\delta)}(F)$ au lieu de I_{δ_s}.

Err (xvi) – Page 130, ligne –6. Pour une classe de conjugaison quasi semi-simple $\mathfrak{c}$, on doit préciser que $k^T_{\mathfrak{c}}$ est définie en remplaçant, dans la définition de $k^T_{\mathfrak{o}}$ [25, section 9.2], la somme sur $P\supset P_0$ par la somme sur les $P\supset P_0$, tels que $\widetilde{M}_P$ contienne un conjugué de $\widetilde{M}_\delta$ et l'ensemble $\mathfrak{o}$ par l'orbite $\mathfrak{c}$.

Err (xvii) – Page 150. Dans la formule pour $\hat{\tau}_{\widetilde{P}}(H-X)$, il faut sommer sur les $\widetilde{Q}\in\widetilde{\mathcal{P}}_{\mathrm{st}}$ tels que $\widetilde{P}\subset\widetilde{Q}$, i.e. prendre $\widetilde{R}=\widetilde{G}$.

Err (xviii) – Page 168, ligne 2. Lire : *et sera à l'œuvre...*

Err (xix) – Page 182. Dans l'énoncé du point (ii) du lemme 13.1.1, il faut lire : *Pour tout* $\lambda \in \mathfrak{a}_0^*$, etc.

Err (xx) – Pages 183–186 : l'indice Q_0 devrait être en exposant dans les termes à droite des équations (2), page 183, (7), page 185, et (8), page 186 de [25]. Elles correspondent ici aux équations (3) et (5) de la section 13.2.

Err (xxi) – Page 194, ligne 11, il faut lire : *holomorphe en* λ *et* ν.

Err (xxii) – Page 197, lignes 2 et 6 : les $+Y$ devraient être des $-Y$.

Err (xxiii) – Page 203. Dans l'inégalité de la ligne 12 et dans celle de la ligne -3, il faut remplacer $Y_{P',e}(T)$ par $-Y_{P',e}(T)$.

Err (xxiv) – Page 203, ligne -9. L'inégalité est stricte : il faut lire $\|U+V\| > \rho\|T\|$.

Err (xxv) – Page 205, majoration (1) : il faut lire $|A_{s,t}^T - E_1^T|$.

Err (xxvi) – Page 207 : $\widetilde{Y}_{S'}(X)$ est la projection de $u^{-1}X$ sur $t(\mathfrak{a}_S)^Q$.

Err (xxvii) – Page 219, ligne -6 : l'expression pour $\mathbf{A}_M^{Q_1}(T, \sigma, \widetilde{u}, \mu)$, faisant intervenir une trace, n'a de sens que si l'opérateur est un endomorphisme de l'espace $\mathcal{A}(\mathbf{X}_S, \sigma)$. La formulation correcte est celle du point (i) du lemme 14.1.4 de [25].