
Bücher und Computersoftware

A. Gray: Differentialgeometrie. 618 Seiten, sFr. 84.–. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg u.a. 1994; ISBN 3-86025-141-4.

Das Lehrbuch *Differentialgeometrie, klassische Theorie in moderner Darstellung* von Alfred Gray ist die deutsche Übersetzung der englischen Erstausgabe mit dem Titel *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces*.

Es behandelt klassische Themen der Differentialgeometrie, vor allem Kurven und Flächen im \mathbb{R}^n , geht aber am Schluss auch noch auf allgemeine differenzierbare Mannigfaltigkeiten und abstrakte Flächen ein. Das Besondere an diesem Werk ist die gezielte Verwendung von *Mathematica*. Der Einsatz von Mathematica umfasst die folgenden Bereiche: Die symbolischen Fähigkeiten von Mathematica werden genutzt, um längere Berechnungen und Formelmanipulationen durchzuführen. Bestimmte theoretische Sachverhalte werden durch Graphiken und Plots visualisiert, und schliesslich können die numerischen Möglichkeiten benutzt werden, um z.B. die Differentialgleichungen der Geodätischen zu studieren. Dazu werden in diesem Buch eine Vielzahl von Mathematica-Programmen und Notebooks entwickelt, welche die Funktionalität von Mathematica erweitern und die speziellen Bedürfnisse der Differentialgeometrie abdecken.

Für die Lektüre werden gewöhnliche Differentialrechnung, Grundkenntnisse in der linearen Algebra und etwas Topologie vorausgesetzt. Kenntnisse in Mathematica sind wohl von Vorteil, werden aber nicht erwartet und von Grund auf behandelt. Das Buch bietet für Differentialgeometer die Möglichkeit, sich in einem vertrauten Umfeld mit Mathematica anzufreunden.

Das Buch enthält eine Vielfalt an expliziten Beispielen, die mit Mathematica experimentell untersucht werden können. Hilfreich ist dafür der reichhaltige Vorrat an speziellen Funktionen, die in Mathematica bereits eingebaut sind.

Der grosse Umfang des Buches kommt zustande, weil alle Mathematica-Programme abgedruckt sind und jedes Kapitel mit vielen Graphiken illustriert wurde. Leider ist die Qualität dieser Graphiken im Druck von eher bescheidener Qualität.

Dieses Buch eignet sich als Übungs- und Begleitbuch für einen Kurs in Differentialgeometrie, sowie als Quelle von Beispielen aus der Welt der Kurven und Flächen. Hier sei vor allem auf die beiden Kapitel über Minimalflächen und die Visualisierung der projektiven Ebene hingewiesen.

D. Egloff, Winterthur

A. Beutelspacher und B. Petri: Der Goldene Schnitt. 2. Auflage, 187 Seiten, sFr. 46.–. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 1996; ISBN 3-86025-404-9.

H. Walsert: Der Goldene Schnitt. 2. Auflage, 157 Seiten, sFr. 22.–/16.50. Teubner, Leipzig/vdf Hochschulverlag, Zürich 1996; ISBN 3-8154-2511-5 (Teubner)/3-7281-2336-6 (vdf).

Der goldene Schnitt ist ein Begriff aus der Elementargeometrie. Unter der Bezeichnung "Teilung im äusseren und mittleren Verhältnis" erscheint er schon in Euklids *Elementen*. Eine Strecke AB wird vom Teilpunkt T im *goldenen Schnitt* geteilt, falls die Proportion $|AT| : |BT| = |AB| : |AT|$ erfüllt ist.

Wird die längere Teilstrecke mit M (Major) und die kürzere mit m (Minor) bezeichnet, so erhält man aus der Proportion eine quadratische Gleichung für $\tau := M/m$. Die positive Lösung ist $\tau = \frac{1}{2}(\sqrt{5} + 1) = 1.61803 \dots$. Auch diese Zahl wird oft goldener Schnitt genannt.

Zum Buch von A. Beutelspacher und B. Petri:

Es ist die Absicht der Autoren, das Thema des goldenen Schnittes in seiner ganzen, faszinierenden Vielfalt darzustellen. Den Schwerpunkt bilden die Erscheinungsformen und Ergebnisse im Bereich der Mathematik. Daneben wird aber auch das Vorkommen des goldenen Schnittes in Architektur, Kunst und Botanik diskutiert. Im ersten Kapitel werden die Grundlagen für sämtliche weiteren Untersuchungen gelegt. Es enthält die Definition und einige elementare Eigenschaften des goldenen Schnittes sowie mehrere Konstruktionen dieses Teilverhältnisses mit Zirkel und Lineal.

In den Kapiteln 2 bis 5 geht es um das Auftreten des goldenen Schnittes in der Geometrie. Typisches Beispiel in der Ebene ist das reguläre Fünfeck mit Teilfiguren wie Pentagramm und goldenes Dreieck. Als Beispiele von räumlichen Körpern sind die regulären Ikosaeder und Dodekaeder sowie deren Konstruktion aus Würfel und Oktaeder zu erwähnen. Von Interesse sind ferner die mit goldenem Rechteck und goldenem Dreieck verknüpften logarithmischen Spiralen. In die 2. Auflage neu aufgenommen wurde ein Abschnitt über Penrose-Parkette.

Das sechste Kapitel ist der Fibonacci-Folge gewidmet. Nach einer Einführung mittels Leonardo Fibonacci Kaninchenproblem werden Zusammenhänge zwischen den Zahlen dieser Folge und dem goldenen Schnitt herausgearbeitet.

Im Kapitel 7 wird anhand der Kettenbruchentwicklung gezeigt, dass die irrationale Zahl τ die durch rationale Zahlen am schlechtesten approximierbare Zahl ist. Dieses Ergebnis hat Konsequenzen in der Theorie der diskreten dynamischen Systeme.

Im achten Kapitel geht es um Spiele, bei deren Analyse auf völlig überraschende Weise der goldene Schnitt auftritt.

Das neunte Kapitel handelt zunächst von der Tatsache, dass die Fibonacci-Zahlen bei der Blatt- und Blütenanordnung (sog. Phyllotaxis) eine ausgezeichnete Rolle spielen. Ferner finden sich hier Zitate von Autoren des 19. Jahrhunderts, welche den goldenen Schnitt zum universellen Naturgesetz hochstilisieren wollten.

Im letzten Kapitel geht es um die Frage nach der schönsten Proportion. Bewusst oder unbewusst haben viele Künstler in ihren Werken den goldenen Schnitt realisiert. Dies wird durch verschiedenartige Beispiele aus Architektur, Kunst, Poesie und Musik bezeugt. Hervorzuheben sind die Cheops-Pyramide, der Dom von Florenz und Le Corbusiers Modulor. Den Schluss des Buches bildet ein umfangreiches, gegenüber der ersten Auflage noch um drei Seiten erweitertes Literaturverzeichnis.

Das Buch richtet sich sowohl an Mathematiker als auch an interessierte Laien. Dank des eloquenten Stils der Autoren macht die Lektüre über weite Strecken grosses Vergnügen. Der Natur des Gegenstandes entsprechend sind die zahlentheoretischen Abschnitte (vor allem in Kapitel 7) etwas schwieriger zu bewältigen. Die rein mathematischen Aspekte sind sehr sorgfältig und meistens recht ausführlich abgefasst. Etwas weniger gut gelungen ist die Darstellung der Phyllotaxis-Phänomene. Sie folgt im wesentlichen einer Arbeit von Coxeter aus dem Jahr 1953; neuere Erkenntnisse sind nicht berücksichtigt worden. Auch die Aneinanderreihung des zehnten Kapitels vermag nicht ganz zu überzeugen. Trotz dieser kleinen Einschränkung erachte ich dieses Buch mit seiner enorm grossen Spannweite als eine ausgezeichnete und motivierende Einführung in das vielschichtige Thema.

Zum Buch von H. Walser:

Auch dieses Buch zeugt von der Aspektvielfalt des goldenen Schnittes. Allerdings beschränkt sich dieser Autor auf die Darstellung der mathematischen Aspekte, wobei die Geometrie deutlich im Vordergrund steht. Trotz des von Walser eingenommenen exemplarischen Standpunktes enthält das Werk eine Fülle von Beispielen und Ergebnissen; einige davon werden hier zum ersten Mal in Buchform publiziert.

Anstelle einer Inhaltsübersicht greife ich im folgenden gerade diejenigen Zusammenhänge heraus, die weder bei Beutelspacher/Petri noch in anderen Büchern dargestellt worden sind: Fraktale und goldener Schnitt: Das zweite Kapitel enthält eine leicht verständliche Einführung in das Gebiet der Fraktale. Es wird gezeigt, dass auch in diesem Bereich der goldene Schnitt eine Rolle spielt. Im Zusammenhang mit regulären Fünfecken und goldenen Spiralen wird dieser Gegenstand später erneut aufgegriffen.

Falten und Schneiden: Im vierten Kapitel werden Verfahren zur Herstellung von Figuren der goldenen Geometrie durch Verknoten von Papierstreifen oder Falten von quadratischem Origami-Papier vorgestellt. (Origami: traditionelle japanische Papierfaltkunst.)

Im darauffolgenden Kapitel geht es um die Fibonacci-Folge und deren Verallgemeinerungen. Der originelle Zugang über die Linearisierung von Potenzen von τ führt ganz selbstverständlich zur expliziten Darstellung dieser Folge: zur sog. Binet-Formel.

Reguläre und halbreuläre Körper: Besonderes Vergnügen haben mir in diesem vorletzten Kapitel die Flechtmodelle bereitet. Es geht dabei um Modelle der sog. Rhombenkörper: Würfel, Rhombendodekaeder, Rhomben-

triakontaeder (Rhombendreissigflächner). Diese Polyeder gehören zur Klasse der Zonoeder (nach Coxeter); ein Flechtstreifen entspricht dabei gerade einer Zone. Durch Entfernen eines Flechtstreifens (und Umflechten der Reststreifen) entsteht aus dem Rhombentriakontaeder ein Rhombenikosaeder. Dieser Prozess entspricht einer Zerlegung des ganzen Körpers in zehn Rhomboeder und das schon erwähnte Rhombenikosaeder. Die erwähnten Polyeder treten auch auf als dreidimensionale Projektionen von höherdimensionalen Würfeln: das Rhombendodekaeder bei Dimension 4, das Rhombenikosaeder beim 5-dimensionalen, das Rhombentriakontaeder beim 6-dimensionalen Würfel.

Über den ganzen Text verstreut enthält das Buch viele Fragen, deren Beantwortung auch für den geübten Mathematiker nicht immer auf der Hand liegt. Dies motiviert den Leser zur aktiven Teilnahme an der Entwicklung des Gegenstandes. Dennoch ist es zu begrüßen, dass in der zweiten Auflage ein zusätzliches Kapitel der Beantwortung dieser Fragen gewidmet ist.

Aus dem Vorwort zur 1. Auflage: "Das Buch richtet sich an Studenten, Schüler, Mathematiklehrer und an interessierte Laien. Es ist modular aufgebaut, so dass die einzelnen Kapitel unabhängig voneinander lesbar sind. Der Leser wird zu eigenen geometrischen und algebraischen Aktivitäten angeregt, aber er bekommt auch Tips und Verfahrenshinweise aus dem handwerklich-kreativen Bereich." Weiter aus demselben Vorwort: "... Dabei ist der Goldene Schnitt kein isoliertes Phänomen, sondern in vielen Fällen das erste und somit einfachste nichttriviale Beispiel im Rahmen weiterführender Verallgemeinerungen." Es gelingt Walser auf eindruckliche Art diese These zu erhärten. Er leistet damit zugleich einen wichtigen Beitrag zur Mathematik-Didaktik.

Martin Huber, Zürich

R. Ineichen: Würfel und Wahrscheinlichkeit, Stochastisches Denken in der Antike. 174 Seiten, sFr. 46.–. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg u.a. 1996; ISBN 3-8274-0071-6.

Les ouvrages ou les introductions historiques consacrés à la théorie des probabilités se contentent habituellement de situer ses sources au 16^e et 17^e siècles avec Cardano, Tartaglia, Fermat et Pascal. Le livre de R. Ineichen marquera une étape importante dans la présentation des probabilités puisque l'auteur est allé rechercher les premiers éléments de cette théorie dans plusieurs cultures de l'Antiquité. Son ouvrage nous introduit à différentes interprétations de la notion de probabilité et nous fournit une description passionnante de plusieurs "jeux de hasard" pratiqués aux Indes, en Grèce et dans la Rome antique. La notion de hasard est bien sûr abordée à travers la lecture des auteurs classiques et le livre de R. Ineichen réunit de façon très homogène un vaste matériel dispersé dans une multitude de textes. La bibliographie est abondante, précise et très bien organisée. Le style adopté par l'auteur permet une lecture agréable et nous espérons qu'une traduction anglaise (voir française) verra le jour. L'ouvrage concerne toute personne désireuse d'élargir sa culture scientifique et plus particulièrement les probabilistes et statisticiens intéressés par une réflexion historique sur leur discipline.

J.-P. Gabriel, Fribourg

J.H. Conway und R.K. Guy: The Book of Numbers. 310 Seiten, sFr. 43.–. Copernicus, New York 1996; ISBN 0-387-97993-X.

Das Buch entführt den Leser auf eine faszinierende Reise durch das Reich der Zahlen, in deren Verlauf er einer unglaublichen Vielfalt von einzelnen Bewohnern der Zahlwelten, aber auch verschiedensten Gruppen und Familien von Zahlen begegnet, von den vertrauten natürlichen Zahlen, bis zu den skurrilsten Zahlsonderlingen. Erzählt werden deren Geschichten und deren Geschichte, es werden Verbindungen aufgezeigt zwischen den einzelnen Zahlen und Zahlgruppen und immer neue Bezüge hergestellt zwischen der Welt der Zahlen und dem täglichen Leben, den verschiedensten mathematischen Disziplinen – insbesondere der Geometrie – sowie den Naturwissenschaften, vor allem der Biologie. Die Vielzahl und Originalität der im Buch präsentierten Zahlen, Anekdoten, Konzepte, Muster und Bezüge ist erstaunlich.

Im Text wird weitgehend auf komplizierte mathematische Formeln verzichtet. An ihre Stelle treten Abbildungen, anschauliche Figuren und Schemata. Trotzdem wird dort, wo dies sinnvoll oder nötig erscheint, keineswegs auf streng mathematische Definitionen oder Argumentationen verzichtet.

Im Anschluss an jedes Kapitel wird eine sehr ausführliche Liste von Referenzen gegeben, die oft ganz verschiedene Richtungen erahnen lassen, in denen die dargestellten Themen weiterverfolgt werden könnten.

Ein sowohl für Schüler, Studenten, Freizeit-, Liebhaber- und wohl auch Berufsmathematiker empfehlenswertes Buch.

P. Thurnheer, Zürich