
Bücher und Computersoftware

Gengze Chang, Thomas W. Sederberg: Over and Over Again. New Mathematical Library, No. 39. xiv + 309 Seiten, \$ 31.50. The Mathematical Association of America, Washington DC, 1997; ISBN 0-88385-641-7. In diesem Text erscheinen neben der Iteration die beiden Themen “diskrete dynamische Systeme” und “Glättung” oder “Mittelbildung” als Leit motive, die an überraschenden Stellen auftreten und die Einheit von Gedankengängen in der Vielfalt der Anwendungen aufzeigen mögen.

Der Ausgangspunkt sind die Iteration von Transformationen und klassische Ungleichungen. Beide Konzepte werden anhand von Wettbewerbsfragen aus dem Umfeld der IMO-Aktivitäten eingesetzt. Damit ist ein gewisser Standard für die Ansprüche festgelegt, auf die sich Leser und Autoren implizit einigen. Der Text kann ohne Kenntnis der “höheren” Mathematik verstanden werden, er stellt aber gewisse Ansprüche an die Selbstständigkeit und das Durchhaltevermögen der Leser, insbesondere, was die Bearbeitung der Übungsaufgaben angeht. (Keine Angst, der Text enthält zu wichtigen Begriffen eigene Anhänge, sowie Lösungen und Kommentare zu den Übungen.) Erfreulich ist jedoch, dass die Aufmerksamkeit nicht allein der sportlichen Seite der Mathematikolympiaden gilt, sondern dass Themen angesprochen werden, die für die Praxis bedeutungsvoll und der Schulmathematik gerade noch zugänglich sind: Isoperimetrische Ungleichungen, Mittelungsmethoden bei dynamischen Systemen (in Anwendungen aus der Elementargeometrie), Iteration von Funktionen (Periode 3 impliziert Chaos, eine Diskussion um den Satz von Sharkovskii), Tschebyscheff-Polynome, Bernsteinpolynome, Splinefunktionen, Bézierkurven und ihre höherdimensionale Verallgemeinerung zur Konstruktion von Approximationen an Flächenstücke.

Wer sich die Zeit nimmt und diesen Text durcharbeitet, wird mit einem update seiner Mathematikkennntnisse belohnt, und zwar mit zwei Hauptrichtungen: Eine Auffrischung klassischer Kenntnisse in einer originellen Darstellung und eine Aussicht auf zeitgemässe Anwendungen, etwa aus dem CAD-Bereich. Ich kann den Text auch bestandenen Lehrerinnen und Lehrern als Beitrag zur individuellen Weiterbildung wärmstens empfehlen, und ich würde mir wünschen, dass Beispiele aus diesem Buch ihren Weg in die Lehrerausbildung finden werden.

H.R. Schneebeli, Baden

R. Diestel: Graphentheorie. xiv + 290 Seiten, sFr. 51.50. Springer, Berlin u.a. 1996; ISBN 3-540-60918-0.

Es handelt sich um eine Einführung in die Graphentheorie, die neben klassischen Themen auch moderne Entwicklungen bespricht. Didaktisch hervorragend stellt der Text zu jedem Thema zunächst die Grundlagen dar und beweist dann ausführlich ein bis zwei tiefere Sätze. Anschliessend werden neueste Ergebnisse informell diskutiert und dem Leser so die dahinterstehenden wesentlichen Ideen nähergebracht. Auf diese Weise gelingt ein Brückenschlag zu modernsten Forschungsergebnissen – und dies obwohl die zum Verständnis des Textes benötigten Vorkenntnisse sich auf ein Minimum beschränken: etwas Topologie im Kapitel über ebene Graphen, sowie etwas Wahrscheinlichkeitstheorie bei den Zufallsgraphen.

In Kapitel 0 werden die meisten Grundbegriffe und Notationen eingeführt; die restlichen Kapitel des Buchs können dann grösstenteils unabhängig voneinander gelesen werden. Zahlreiche Abbildungen erleichtern das Verständnis des Textes. Ausserdem kann der Leser sein Verständnis der Materie an reichlich vorhandenen Übungsaufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades erproben. Leider sind in den Notizen zu den einzelnen Kapiteln nicht alle Referenzen vollständig angegeben.

Nun einige subjektiv gewichtete Kommentare zum Inhalt: Die Kapitel 1–3 sind einer Besprechung von Paarungen (Matchings), Zusammenhangsfragen und ebenen Graphen (Kuratowskis Kriterium) gewidmet. In Kapitel 4 werden Färbungen diskutiert; neben dem klassischen Beweis des 5-Farbensatzes für ebene Graphen wird der

kurze aber trickreiche Beweis der Listenversion dieses Satzes gebracht. Das Kapitel endet mit einer Diskussion perfekter Graphen. Kapitel 5 führt in die algebraische Flusstheorie ein. Die Tutte'schen Flussvermutungen kommen zur Sprache, und es wird gezeigt, dass jeder brückenlose Graph einen 6-Fluss besitzt. Das Kapitel 6 ist eine kurze Einführung in die extreme Graphentheorie. Nach dem klassischen Ergebnis von Turán folgt dessen schöne Verallgemeinerung von Erdős & Stone und ein neues Ergebnis über das Erzwingen von topologischen Minoren durch hohen Durchschnittsgrad. Schliesslich werden die berühmten Hadwiger Vermutungen diskutiert, und es folgt eine knappe Besprechung des Regularitätslemmas (leider ohne Beweis). Nach zwei Kapiteln über Ramseytheorie und Hamiltonkreise folgt in Kapitel 9 eine leicht lesbare Einführung in die probabilistische Methode der Kombinatorik. Ziel des letzten Kapitels ist die Hinführung auf das wohl tiefste Resultat der Graphentheorie: den Minorensatz von Robertson und Seymour. Es werden die notwendigen Begriffe wie Baumzerlegungen eingeführt und einfache Spezialfälle behandelt. Das Buch schliesst mit spektakulären Konsequenzen des Minorensatzes für die algorithmische Graphentheorie und Komplexitätstheorie.

Die Lektüre dieses gelungenen Lehrbuchs kann ich wärmstens empfehlen, mir hat sie viel Freude bereitet.

P. Bürgisser, Zürich

J. Cofman: Numbers and Shapes Revisited, More Problems for Young Mathematicians. 308 Seiten, £ 19.50. Oxford University Press, Oxford, 1995; ISBN 0-19-853460-4.

Die Autorin richtet sich nach *What to Solve?* ein weiteres Mal an junge Mathematikbegeisterte, auch an Lehramtskandidatinnen und Lehrkräfte. Aufgrund ihrer eigenen Erfahrung aus der praktischen Arbeit mit Schülerinnen und Schülern ab 15 Jahren sind die wichtigsten Ziele in der Begabtenförderung die Entwicklung eines eigenständigen Fachurteils, das Erkennen von Mustern und Strukturen und ein systematisiertes Problemlöseverhalten. Zudem ist es nötig, Schulkenntnisse zu vertiefen und nach aussen zu vernetzen mit geeigneten Themen aus der Mathematik. Die vorgelegten Fragestellungen aus der Zahlentheorie, der Geometrie und der diskreten Mathematik (Gruppentheorie und Kombinatorik) erscheinen wie Pfeiler, die für einen Brückenschlag von der Schulmathematik zur historisch gewachsenen Mathematik angelegt werden. Wichtig sind die Querbezüge zwischen manchen mathematischen Objekten und Begriffsbildungen, die ab und zu von der inneren Systematik der Schulmathematik verstellt sind, nun aber dank veränderter Standpunkte erkennbar und nutzbar werden. So werden etwa verallgemeinerte Fibonaccizahlen in Beziehung gesetzt zu Mustern von n -Ecken, Eigenschaften der Tetraeder werden unter dem Aspekt der Analogie mit jenen der Dreiecke verglichen oder Gruppen werden benutzt, um Funktionalgleichungen zu lösen. Bemerkenswert oft sind Vorbilder aus der mathematischen Weltliteratur die Keime, aus denen nun beziehungsreiche Mathematik in elementarer Sicht nachentwickelt wird.

Der Text ist in zwei Teile gegliedert: je zehn Kapitel mit thematisch organisierten Fragen und den entsprechenden Antworten im zweiten Teil.

Im ersten Teil sind die einzelnen Kapitel weitgehend unabhängig voneinander. Jedes Kapitel enthält seine eigene Einführung mit den nötigen Definitionen und Hinweisen. Dann wird eine Reihe von Problemen gestellt. Vom didaktischen Standpunkt ist es interessant zu beobachten, wie die Fragen organisiert werden. Die Lernenden werden in offene Situationen geführt, wo sie selbst tätig werden müssen, um in jedem Falle Erfahrungen zu sammeln, oft auch selbst zu Lösungen oder Ansätzen für Weiterentwicklungen zu kommen. Auf diese Art wird erkennbar, welche wichtige Rolle die *richtige Art des Fragens* bei der Entwicklung der Mathematik spielt, lange bevor die *richtigen Antworten* zur Diskussion stehen. Neben dem deduktiven Standpunkt kommt so der induktive Prozess beim Aufbau mathematischer Einsichten zur Geltung. Mir scheinen zwar manche der Antworten *richtig* aus der Sicht von "fertigen" ausgebildeten Mathematikern zu sein. Die Erfahrung mit Lernenden zeigt aber, dass diese nicht nur eine elegante Lösung sehen möchten, die auf geheimnisvolle Art vom Himmel fällt, sondern durch die Art der Lösung auch Einblick in die Heuristik verlangen. Dieser Aspekt kommt im zweiten Teil (Lösungen) nicht immer zur Geltung. So bleibt manchmal für die Lehrperson die Herausforderung, neben den mathematischen Lösungen die zugehörige Heuristik selbst zu erfinden.

Ich habe das Buch mit grossem Gewinn gelesen. Der Text hat mich angeregt, dem Problemlöseverhalten noch mehr Aufmerksamkeit zu schenken. Der gut strukturierte Aufbau erleichtert mir die Umsetzung einzelner Beispiele und Ideen im eigenen Unterricht, wo ich sie wie Salz und Pfeffer mit Mass, aber immer wieder einsetzen werde. Wer Begabtenförderung treiben möchte, findet in Cofmans Text eine reiche Quelle von anregenden Ideen und hochkarätigem Material. Ich kann *Numbers and Shapes Revisited* wärmstens empfehlen.

H.R. Schneebeli, Baden