Elem. Math. 54 (1999) 91 – 92
0013-6018/99/020091-2 $ 1.50+0.20/0

Elemente der Mathematik

Bücher und Computersoftware

Ch. Blatter: Wavelets – Eine Einführung. Advanced Lectures in Mathematics. x + 178 Seiten, sFr. 46.–. Vieweg, Braunschweig u.a. 1998; ISBN 3-528-06947-3.

Wavelets sind ein modernes Werkzeug der Analysis. Sie haben viele Anwendungen im Bereich der Bild- und Tonverarbeitung. Vor allem dank der schnellen Rechnungsalgorithmen haben sie in den letzten beiden Jahrzehnten einen grossen Aufschwung erlebt.

Die Wavelettransformation behandelt, wie die Fouriertransformation auch, Funktionen $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{C}$. Dabei geht es auch wieder um die Analyse und Synthese von L^2-Funktionen. Nur besteht für die Wavelettransformation die Möglichkeit, eine analysierende Funktion (Wavelet) weitgehend frei zu wählen. Dabei kann natürlich eine Funktion mit beliebigen Zusatzeigenschaften wie Differenzierbarkeit oder kompaktem Träger gewählt werden. Diese Freiheit bietet die Möglichkeit, für jede zu analysierende Funktion ein ihr angepasstes Wavelet zu wählen. Dabei ist zu beachten, dass in möglichst wenigen Rechenschritten eine möglichst genaue Approximation der ursprünglichen Funktion entsteht.

Das Buch "Wavelets – Eine Einführung" von Christian Blatter bietet eine Einstiegsmöglichkeit in die Welt der Wavelets. Es ist empfehlenswert für Studenten mit abgeschlossenem Grundstudium. Auch zum Selbststudium ist es recht gut geeignet, da viele Beispiele dieses Buch einfach lesbar machen. Das erste Kapitel beschreibt ganz informativ, was unter der Wavelettransformation zu verstehen ist. Dabei wird der Vorteil der Allgemeinheit der Wavelets gegenüber den Fourierreihen,der Fouriertransformation und der gefensterten Fouriertransformation in den Vordergrund gerückt. Im zweiten Kapitel wird eine Einführung in die Fourier-Analysis gegeben. Grundlegende Eigenschaften der Fourierreihen und der Fouriertransformation werden meist ohne Beweise vorgestellt. Im nächsten Kapitel wird exakt definiert, was die kontinuierliche Wavelettransformation ist und schliesslich eine Umkehrformel für die kontinuierliche Wavelettransformation bewiesen. Das folgende Kapitel stellt die Situation der Frames vor. Dabei wird die Situation zuerst anhand eines anschaulichen endlichdimensionalen Analogons erläutert. Nach der exakten Definition wird schliesslich bewiesen, unter welcher Voraussetzung man schliessen kann, dass ein Frame vorliegt. Das fünfte Kapitel behandelt die Multiskalen-Analyse. Ausgehend von der Skalierungsfunktion werden orthonormale Wavelets konstruiert. Dabei wird grosser Wert auf die Vollständigkeit der Beweise gelegt. Schliesslich wird ein schneller Algorithmus zum Codieren und Decodieren einer Funktion aufgezeigt. Im letzten Kapitel werden verschiedene Methoden zur Konstruktion von orthonormalen Wavelets vorgestellt. Das Schwergewicht liegt dabei auf den orthonormierten Wavelets mit kompaktem Träger, den sogenannten Daubechies-Wavelets. Der Schluss des Buches behandelt dann noch kurz die Spline-Wavelets.

Dieses Buch ist geeignet für interessierte MathematikstudentInnen, die einen Einstieg in die Welt der Wavelets machen wollen. Leider werden hier nur Funktionen von $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$ untersucht, die mehrdimensionalen Phänomene werden nicht behandelt. Zudem kommen auch Biorthogonalsysteme nicht zur Sprache. Da sich dieses Buch vor allem an Anfänger richtet, geht die wissenschaftliche Tiefe etwas verloren. Die präsentierten Eigenschaften sind zumeist mehr als zehnjährig und gehören zum Standardwissen für Wavelet-Kenner. Dagegen wird das Thema der Wavelets in seinen Hauptpunkten grösstenteils abgedeckt. Dieses Buch ist sicher geeignet als Leitfaden für eine zweistündige Vorlesung während eines Semesters.

A. Moser, Bern

J. Rappaz, M. Picasso: Introduction à l'analyse numérique. x + 256 pages, sFr. 62.–. Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne 1998; ISBN 2-88074-363-X.

Ce livre d'introduction a pour ambition d'exposer les outils nécessaires pour mener une analyse numérique dans le cadre de la modélisation de phénomènes physiques. Celle-ci faisant souvent appel à la méthode des éléments finis, c'est tout naturellement que les auteurs en font un fil conducteur de leur ouvrage.

Ainsi le premier chapitre expose-t-il des techniques d'interpolation. Commençant par l'interpolation par polynômes de Lagrange, le phénomène de Runge est présenté puis résolu par l'introduction des points de Tchebycheff. Un paragraphe traite de l'interpolation par polynômes d'Hermite, puis ces deux interpolants sont utilisés pour présenter une interpolation par intervalles, outil de base des éléments finis. Vu l'orientation du livre, les méthodes de type splines ou l'interpolation trigonométrique ne sont pas abordées. Cependant les auteurs citent des ouvrages traitant de ces notions au lecteur désireux d'en savoir un peu plus.

Le deuxième chapitre traite de la dérivation numérique. L'introdution des opérateurs de différence ainsi que leur ordre d'approximation respectifs est suivie d'un paragraphe intéressant sur les erreurs d'arrondis machine et leur impact sur le calcul des dérivées. Des approximations d'ordre élevé de la dérivée (Richardson) sont présentées en fin de chapitre.

Un autre outil important de la méthode des éléments finis est l'intégration numérique. Celle-ci est exposée en détail au chapitre trois, où les méthodes classiques sont introduites: trapèze, rectangle, Simpson, Gauss-Legendre.

La résolution de systèmes linéaires constitue une partie logiquement importante de l'ouvrage, puisque les trois chapitres suivants y sont consacrés. Outre les méthodes directes classiques (Gauss, LU, Cholesky, moindres carrés) plusieurs méthodes itératives sont présentées (Jacobi, Gauss-Seidel, SSOR, gradient conjugué). Une introduction au problème du conditionnement des matrices est aussi proposée, débouchant ensuite sur des préconditionnements, notamment pour la méthode du gradient conjugué. A noter que là aussi la bibliographie oriente le lecteur vers des méthodes plus élaborées (GMRES, double gradient conjugué, multigrille).

Les chapitres suivants traitent de la détermination des valeurs propres de matrices symétriques par les méthodes de la puissance, de la puissance inverse et de Jacobi, la résolution d'équations non linéaires et d'équations différentielles par des méthodes standard (Euler, RK2, RK4).

A partir du chapitre dix les méthodes de résolution par différences ou éléments finis sont introduites. S'intéressant tout d'abord au cas unidimensionnel, les auteurs donnent pour chaque méthode des résultats de convergence de la solution approchée vers la solution exacte. La méthode de Galerkin est exposée, puis appliquée au cas des éléments finis de premier et second degré. Un problème aux limites non linéaire est brièvement abordé. Enfin comme en fin de chaque chapitre une ouverture bibliographique vers d'autres méthodes (volumes finis, méthodes spectrales, ...) est proposée.

Les deux chapitres suivant traitent respectivement de la résolution des problèmes elliptiques et parabolique en dimension deux. Des résultats de convergence sont là aussi mentionnés.

L'avant-dernier chapitre concerne l'étude des problèmes hyperboliques; linéaires tout d'abord avec une discussion de différents schémas et de leur stabilité (condition CFL); non linéaires ensuite avec l'exemple classique de l'équation de Burgers. Enfin des problèmes de convection-diffusion en dimension un et deux sont abordés, et la notion de couche limite introduite.

En conclusion, le livre de J. Rappaz et M. Picasso constitue un outil précieux comme introduction à l'analyse numérique. L'éventail des notions abordées est impressionnant, et celles-ci sont présentées avec une pédagogie sous laquelle transparaît une pratique de l'enseignement. Les exemples et exercices foisonnent, et les commentaires bibliographiques en fin de chaque chapitre font de cet ouvrage à la fois une référence pour l'enseignant et un point de départ pour développer des méthodes plus sophistiquées.

Emmanuel Maitre, Zürich

Typesetting & Layout: *mathScreen online, CH-4123 Allschwil*