Elem. Math. 55 (2000) 43 – 44
0013-6018/00/010043-2 $ 1.50+0.20/0

Elemente der Mathematik

Bücher und Computersoftware

G. Mislin: Algebra I. x + 114 Seiten, sFr. 32.–. vdf, Hochschulverlag an der ETH, Zürich 1998; ISBN 3-7281-2408-7.

Ce livre est issu d'un cours d'algèbre destiné aux étudiants du 3me semestre. La matière y est présentée de la façon devenue traditionnelle (groupes, anneaux, corps), héritée de van der Waerden. Cette référence n'est pas purement nostalgique de ma part: v.d.W. reste l'un des rarissimes ouvrages insensibles au vieillissement, de l'aveu même de Bourbaki. Deux appendices rapides, l'un consacré à la théorie des ensembles, l'autre aux catégories, complètent la table des matières.

La lecture est extrêmement agréable, pour un lecteur averti en tout cas. Guido Mislin est un enseignant d'une élégance confirmée, et le livre fourmille de trouvailles et de fulgurances pédagogiques, jusque dans les exercices (excellents). Quelques échantillons:

- Tout sous-groupe multiplicatif d'un corps est cyclique. Le résultat, quoique non formulé de la sorte, est extrait des théorèmes de Sylow. J'aime l'idée, bien que la démonstration traditionnelle ne manque pas d'élégance elle non plus. Mais il est bon de *marteler* l'utilité des théorèmes de Sylow.
- Le théorème de Fermat pour $n = 3$, démontré "à la Euler", est un magnifique exemple de résultat difficile, rendu accessible à des novices.
- La construction de la clôture algébrique est faite en deux étapes, amenant le lemme de Zorn au bon endroit. Superbe.

Ce livre est idéal pour un étudiant, comme accompagnement d'un cours d'algèbre, quel qu'en soit le niveau. En revanche, en dépit de la remarque au dos ("auch für das Selbststudium geeignet"), j'hésiterais à le prescrire seul pour un usage autodidacte. Il faudrait pour cela le compléter par des ramifications vers l'arrière, et surtout vers l'avant. J'ai évidemment la certitude que l'enseignement de Guido Mislin répondà la plupart des objections que je formule ci-après, et je confesse leur entière subjectivité. Mais le livre les appelle.

En amont, je commencerais par Euclide: théorème fondamental de l'arithmétique, avec la démonstration *d'origine*. Ceci permet de motiver et de justifier le développement subséquent de la théorie des anneaux (factoriels, principaux, euclidiens, noethériens, lemme de Gauss etc.).

En amont encore, j'inclurais la formule de Burnside (comptage des orbites à l'aide des points fixes) dès l'introduction des actions de groupe. On peut de la sorte rafraîchir les connaissances d'analyse combinatoire qui sont trop oubliées dans le cursus des études. Point n'est besoin d'aller jusqu'au théorème d'énumération de Pólya (c'est possible, mais cela prend du temps). Mais on peut pour le moins démontrer le magnifique résultat de Frobenius, qui a motivé Burnside: une permutation a, en moyenne, *un* point fixe.

En aval comme en amont, je ressens le manque d'allusions à l'algèbre linéaire, qui est donnée comme connaissance préalable requise, mais qui n'apparaît que très marginalement. Voici un échantillon explicatif:

- La parité d'une permutation est le déterminant de sa matrice. Cette approche introduit la notion de représentation linéaire, et le vocabulaire afférent (caractères, classes de conjugaison de sous-groupes etc.).
- La description matricielle des extensions quadratiques (e.g. nombres complexes) permet d'introduire toutes les notions usuelles de la théorie algébrique des nombres (trace, norme, polynôme caractéristique, voire discriminant) à peu de frais, et avec une excellente motivation pour l'étude des corps de nombres.
- Dans le même ordre d'idées, toute extension quadratique (en caractéristique différente de deux) est l'adjonction d'un racine carrée. On peut ainsi expliquer (enfin!) ce qu'est le discriminant d'une équation du deuxième degré, et mentionner Evariste Galois une deuxième fois!

En dépit de ces remarques, et pour conclure, je recommande vivement ce livre, et souhaite que ses lecteurs y trouvent tout le plaisir que j'ai éprouvé à le lire.

F. Sigrist, Neuchâtel

E. Warmuth, W. Warmuth: Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung. 152 Seiten, sFr. 26.–. Teubner, Stuttgart/Leipzig 1998; ISBN 3-519-00225-6.

Das vorliegende Buch erscheint in der Mathematik-**ABC**-Reihe (für das Lehramt), welche in sich abgeschlossene Themenbände zu den drei Schwerpunkten "**A**lgebra und Analysis", "**B**ilder und Geometrie" sowie "**C**omputer und Anwendungen" enthält. Der Text ist jeweils nach dem "Zwei-Seiten-Konzept" aufgebaut, was für viele Interessierte einen gewissen Gewöhnungsprozess abverlangen dürfte. Der fachliche Inhalt wird fortlaufend auf der linken Seite dargestellt; auf den jeweils gegenüberliegenden Seiten befinden sich im Sinne von "learning by doing" erläuternde Beispiele, passende Aufgaben, stoffliche und historische Ergänzungen sowie (vielfach aktuelle) Ausblicke.

Wesentliche Zielsetzung der recht dichten Darstellung dieser Wahrscheinlichkeitsrechnung ist die saubere und kompromisslose Entwicklung des mathematischen Werkzeugs zur Modellierung von (zufällig ablaufenden) Vorgängen aus Natur (z.B. Genetik), Technik (Zuverlässigkeit etwa) und Gesellschaft (Bevölkerungsstatistiken). Die Kapitelüberschriften (Auswertung von statistischen Daten / Modelle für Vorgänge mit zufälligem Ergebnis / Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit / Diskrete Zufallsgrössen / Die Binomialverteilung und das Bernoullische Gesetz der grossen Zahlen / Testen von Hypothesen über eine unbekannte Wahrscheinlichkeit / Simulation von Vorgängen mit zufälligem Ergebnis) zeigen, dass der Schulstoff gut abgedeckt ist. Allerdings ist für die methodische Umsetzung der an manchen Stellen etwas gar formalistische Stil schülergerecht zu modifizieren. Hingegen ist deutlich zu spüren – und dies ist auch für den Unterricht wiederum sehr bedeutsam –, dass besonderer Wert auf die sachbezogene Interpretation der mathematischen Modellgrössen gelegt wird.

Alles in allem ein Buch, welches auch der erfahrenen Lehrperson Anregungen vermitteln kann, und welches mit sorgfältig ausgesuchten und oft auch attraktiven Aufgaben (insgesamt über 180, samt Lösungen) sowie verständlich dargestellten und häufig eingesetzten Simulationen bestimmt zur Unterrichtsbereicherung beitragen wird. Eigentlich schade daher, liegen die Bezeichnungen und Notationen gelegentlich ausserhalb der "Tradition".

Hj. Stocker, Wädenswil

P. Ribenboim: Fermats Last Theorem for Amateurs. xii+ 407 Seiten, sFr. 72.–. Springer, Berlin u.a. 1999; ISBN 0-387-98508-5.

Vorweg: Das Buch behandelt nicht den Beweis des grossen Satzes von Fermat, sondern die klassischen Fragen im Umfeld desselben: Beweis des Satzes für spezielle Exponenten; algebraische und arithmetische Bedingungen an die – allfälligen – Lösungen und für die Lösbarkeit der Fermatschen Gleichung; zum Fermatschen Satz äquivalente Aussagen; Modifikation des Problems.

Alle diese Themen werden äusserst detailliert und umfassend dargestellt – in einer Art abschliessender Übersicht – nicht zuletzt mit dem Ziel, die schon in den elementaren Methoden enthaltenen interessanten und schönen Ideen nicht in Vergessenheit geraten zu lassen neben dem Beweis von Wiles.

Die Beweise und Argumentationen werden vollständig ausgeführt und in verschiedenen Zusatzkapiteln werden die benötigten Hilfsmittel und Theorien bereitgestellt. Das Buch ist in diesem Teil "self-contained".

In einem sogenannten kurzen Epilog werden schliesslich die wesentlichen vorbereitenden Beweisversuche, sowie die Strategie des abschliessenden allgemeinen Beweises des Fermatschen Satzes skizziert. Ergänzt wird dieses Kapitel durch eine Anleitung zu weiterführenden Studien.

Sehr umfassend sind auch die Literaturhinweise. Neben der mehrere Seiten beanspruchenden allgemeinen, gibt es zusätzlich zu jedem einzelnen Kapitel eine ausführliche spezielle Bibliographie.

Ein schönes Buch von hoher didaktischer und dokumentarischer Qualität.

P. Thurnheer, Zürich

Typesetting & Layout: *mathScreen online, CH-4123 Allschwil*