

---

---

## Bücher und Computersoftware

---

---

**M. Chipot: Elements of Nonlinear Analysis.** vii + 256 Seiten, sFr. 78.–. Birkhäuser, Basel 2000; ISBN 3-7643-6406-8.

Die nichtlineare Analysis hat sich in den letzten Jahrzehnten rasant weiterentwickelt. Es steht eine Vielfalt von Methoden und Techniken zur Verfügung, die für die Behandlung spezieller Probleme eingesetzt werden. Eine allgemeine Theorie ist bis jetzt nicht vorhanden und auch in Zukunft kaum zu erwarten. Was die verschiedenen Untersuchungen verbindet, ist der funktionalanalytische Rahmen, in dem die Probleme betrachtet werden. Ein Buch über nichtlineare Analysis wird sich notwendigerweise auf gewisse Themenkreise beschränken müssen. In diesem Fall handelt es sich um ausgewählte Kapitel der elliptischen und parabolischen Differentialgleichungen sowie der Variationsungleichungen.

Der vorliegende Text ist aus einem Vorlesungszyklus entstanden und richtet sich an Studierende der höheren Semester. Er beginnt mit der Besprechung einfacher Modelle aus der Elastizitätstheorie und der Biologie, die vor allem als Begründung der vom Autor ausgewählten Probleme aus dem Gebiet der elliptischen und parabolischen Differentialgleichungen dienen. Die Herleitung dieser Modelle stützt sich nicht auf Experimente, sondern erfolgt rein gedanklich. Im ersten Teil werden die wichtigsten funktionalanalytischen Werkzeuge wie Distributionen und Sobolevräume sowie Existenzsätze für lineare elliptische Randwertprobleme behandelt. Viele Beweise werden durchgeführt. Der Autor legt das Gewicht auf Klarheit und nicht auf vollste Allgemeinheit. Dieser technisch anspruchsvolle Teil, der schwierig zu vermitteln ist, wird hier didaktisch geschickt dargestellt.

Die weiteren Kapitel befassen sich mit folgenden Themen: Elliptische Variationsungleichungen, nichtlineare elliptische Probleme, Variationsprobleme, Konstruktion von Minimalfolgen, Methode der finiten Elemente für elliptische Probleme, lineare und nichtlineare parabolische Gleichungen. Neben klassischen Ergebnissen werden neuere Entwicklungen beschrieben wie zum Beispiel die Forschungen des Autors und seiner Mitarbeiter über partielle Differentialgleichungen mit nichtlokalen Termen. Mathematiker und Mathematikerinnen finden in knapper Form Auskunft über Variationsprobleme aus der Elastizitätstheorie, die keine Minimallösungen besitzen, und über Youngsche Masse, die in der Spezialliteratur nur schwer zugänglich sind. Nichtnumeriker können sich leicht einen Einblick in die wichtigsten aktuellen numerischen Lösungsverfahren verschaffen.

Es ist dem Autor gelungen, die verschiedensten Aspekte – wie Existenz- und Eindeutigkeitsfragen und numerische Methoden – einem breiteren Publikum von MathematikerInnen zugänglich zu machen. Das Buch vermittelt einen ausgezeichneten Eindruck über den Ideenreichtum und die Stärke der Analysis in der modernen angewandten Mathematik.

C. Bandle, Basel

**K. Hulek: Elementare Algebraische Geometrie.** x + 167 Seiten, sFr. 42.20. Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden 2000; ISBN 3-528-03156-5.

Das vorliegende Buch entstand als Ausarbeitung einer einführenden Vorlesung des Autors in die Algebraische Geometrie. Es wendet sich an Studierende, welche bereits Vorlesungen in Algebra und Funktionentheorie besucht haben, also an Studierende mittlerer oder höherer Semester.

Im einleitenden Kapitel 0 werden einige Beispiele von algebraischen Mengen in der Ebene und im Raum behandelt, wobei besonders auf ebene Kubiken eingegangen wird. In den beiden nachfolgenden Kapiteln I und II werden zuerst affine und dann projektive Varietäten eingeführt. Im Zentrum stehen hier das Normalisationslemma, der Nullstellensatz, die Zariski-Topologie, sowie rationale Funktionen, rationale Funktionenkörper und

lokale Ringe. Es wird auf die Einführung des Begriffs der regulären Funktion verzichtet und Morphismen werden als rationale Abbildungen eingeführt. Im Kapitel III geht es um die Begriffe des glatten Punktes und der Dimension. Zunächst wird der (affine) Tangentialraum einer (irreduziblen) affinen algebraischen Menge  $V$  in einem Punkt  $P$  definiert. Über die obere Halbstetigkeit der Dimension dieses Raumes in Abhängigkeit von  $P$  werden dann die Glattheit von  $V$  in  $P$  und die Dimension von  $V$  eingeführt. Es folgt die intrinsische Beschreibung des Tangentialraumes (in Termen des lokalen Ringes, auf Derivationen wird verzichtet) und die algebraische Charakterisierung der Dimension (als Transzendenzgrad des rationalen Funktionenkörpers). Es wird auch die Äquivalenz der Glattheit von  $V$  in  $P$  mit der Regularität des lokalen Ringes und die Krullsche (d.h. topologische) Charakterisierung der Dimension angeführt, wobei die benötigten Resultate aus der Kommutativen Algebra nicht bewiesen werden.

In den Kapiteln IV und V kommen konkretere Themen zur Sprache. Im Kapitel IV geht es um die Klassifikation der glatten ebenen Kubiken (Wendepunkt-Konfiguration, Weierstrass-Normalform,  $J$ -Invariante). Kurz kommt auch die Gruppenstruktur zur Sprache, wobei auf den Beweis der Assoziativität verzichtet wird. Im Kapitel V wird die Existenz der 27 Geraden auf einer glatten kubischen Fläche bewiesen. Der Beweis dieses klassischen Resultates folgt, wie vom Autor angezeigt, im Wesentlichen einer Idee von M. Reid (s. M. Reid: „Undergraduate Algebraic Geometry“, LMS Student Texts 12, Cambridge University Press 1988). Das letzte Kapitel enthält eine Einführung in die Theorie der Kurven. Es werden Divisoren auf einer (glatten projektiven) Kurve  $C$  eingeführt und dann gezeigt, dass alle Hauptdivisoren den Grad 0 haben und dass  $C$  genau dann rational ist, wenn es keine anderen Divisoren vom Grad 0 gibt. Als Anwendung wird der Spezialfall des Satzes von Bezout (für ebene projektive Kurven) bewiesen, bei dem eine der beiden Kurven glatt ist. Weiter werden lineare Systeme auf Kurven behandelt und kanonische Divisoren eingeführt, wobei der Satz von Riemann-Roch formuliert, aber nicht bewiesen wird. Zum Schluss werden projektive Einbettungen und Projektionen behandelt. Insbesondere wird die Einbettbarkeit der glatten Kurven in den 3-dimensionalen projektiven Raum und die birationale Äquivalenz dieser Kurven zu ebenen Kurven mit höchstens gewöhnlichen Doppelpunkten gezeigt.

Das Buch ist leicht zu lesen und durch die vielen Beispiele und Illustrationen sehr motivierend. Die zahlreichen Übungsaufgaben, in welchen die behandelte Theorie in meist sehr konkreten Situationen anzuwenden ist, sind für Studierende ebenfalls sehr wertvoll. Dass in den Kapiteln IV, V und teilweise auch im Kapitel VI ebenfalls konkrete Situationen ins Auge gefasst werden, erhöht den Wert des Buches als einführenden Text.

Der Rezensierende hat das Buch als Grundlage und Begleittext zu einer vierstündigen Vorlesung für Studierende im 4. Semester verwendet. In den knapp gehaltenen einführenden Kapiteln I–III sind dabei doch einige Unstimmigkeiten zutage getreten, die in einer Neuauflage verbessert werden könnten. Wir führen hier nur an, dass der klassische Ansatz, Morphismen als rationale Abbildungen einzuführen, eigentlich nur die Behandlung irreduzibler Varietäten erlaubt. Trotzdem wird wiederholt mit reduziblen Varietäten umgegangen, obwohl deren Kategorie nie streng eingeführt wurde.

M. Brodmann, Zürich

**L.C. Kinsey, T.E. Moore: Symmetry, Shape and Space.** An Introduction to Mathematics Through Geometry. xi + 510 Seiten, \$ 54.95. Key College Publishing, Emeryville CA 2002; ISBN 1-930190-09-3.

Ein faszinierendes Buch. Es enthält kaum Formeln und Berechnungen, dafür viel Bildmaterial und Arbeitsunterlagen. Besonders wichtig sind die Anleitungen zur Eigenaktivität – bei jedem Abschnitt werden gleich zu Beginn die benötigten Materialien und Werkzeuge aufgelistet. Es werden auch Hinweise zu passender Geometrie-Software gegeben.

Die behandelten Themen sind alles Klassiker der Elementargeometrie, aber weitgehend ausserhalb des üblichen Curriculums, zum Beispiel: Gittergeometrie, Origami, Gelenkmechanismen, Goldener Schnitt, Parkettierungen, Symmetriegruppen, höhere und niedrigere Dimensionen (Flatland), Polyeder, Kaleidoskope, Nichteuklidische Geometrie, Graphen. Solche Themen eignen sich aber sehr gut für Schwerpunktkurse und Arbeitskreise an Schulen und können einen Einblick in die Breite und Vielfalt der Mathematik vermitteln.

Als Zielpublikum sehe ich zunächst Lehrpersonen und Lehrerausbilder für die Sekundarstufen I und II, aber durchaus auch interessierte Schülerinnen und Schüler dieser Stufen.

H. Walser, Frauenfeld