
Bücher und Computersoftware

C.D. Olds, A. Lax, G. Davidoff: The Geometry of Numbers. The Anneli Lax New Mathematical Library, Volume #41. xvi + 174 Seiten, \$ 29.95. The Mathematical Association of America, Washington D.C., 2000; ISBN 0-88385-643-3.

Die Verknüpfung von Zahlentheorie und Geometrie hat ihren besonderen Reiz. Eine der Methoden, um π numerisch anzunähern, beruht auf einer Zählung der Gitterpunkte im Innern eines Kreises vom Radius r . Ein entscheidender Durchbruch gelang *H. Minkowski* 1896 mit seiner *Geometrie der Zahlen*. Sein Fundamentalsatz handelt von der Existenz von mindestens zwei Gitterpunkten in „genügend grossen“ konvexen Mengen. Minkowski selbst hat diesen Satz auf diophantische Approximationen und auf quadratische Formen angewandt.

Der vorliegende Text ist eine von A. Lax und G. Davidoff überarbeitete Version einer früheren Veröffentlichung von C.D. Olds. Seine Gliederung ist dreiteilig: Elementare Gitterpunktprobleme in der Ebene als Vorbereitung: Gitterpunkte auf Geraden, Abstandsprobleme, Gitterpunkte in konvexen Mengen. Zahlen, die sich als Summen von zwei Quadraten darstellen lassen. Weniger elementar ist die Behandlung von Minkowskis Satz mit Anwendungen und des Satzes von Blichfeldt. Ergänzungen sind in drei Anhängen enthalten: Gauss'sche ganze Zahlen, Packungen von konvexen Körpern und Biographische Notizen.

Der Text ist sehr angenehm zu lesen. Geometrie wird benutzt, um die Anschauung anzusprechen. Manches wird in \mathbb{R}^2 vorbereitet und motiviert. Beweisideen werden gut motiviert und die Beweise selbst exemplarisch gegliedert. Dass die Mathematik keinen Abbruch an Qualität erleidet, wenn sie verständlich dargestellt wird, zeigt dieses Buch exemplarisch. Und noch etwas: Gute Didaktik ist wie eine gute Magd, immer gegenwärtig und meist unsichtbar am Werk.

Einziger Kritikpunkt: Viele Hinweise auf die deutschsprachige Literatur sind verstümmelt wiedergegeben.

Ich empfehle diesen Text wärmstens allen Lehrerinnen und Lehrern, die sich gerne einen mathematischen Lesegenuss verschaffen möchten. Mindestens der erste Teil eignet sich gut als Ideenquelle und Leitfaden (in der Hand des Lehrers!) für die Anleitung zu selbständigen Schüleraktivitäten, etwa im Rahmen von Arbeitsgruppen, Projekt- oder Maturarbeiten.

H.R. Schneebeli, Baden

W. Bäni: Wavelets – Eine Einführung für Ingenieure. ix + 264 Seiten, sFr. 53.–. Oldenbourg, München/Wien 2002; ISBN 3-486-25427-8.

Das vorliegende Buch ist aus Notizen zu einem Einführungskurs in das Gebiet der Wavelets, den der Autor zusammen mit F. Bachmann an der Berner Fachhochschule gehalten hat, entstanden. Ich konnte diesen Kurs 1997 im Rahmen eines „Ateliers für Mathematik“, organisiert von der Kommission für didaktische Weiterbildung der Dozenten an Ingenieurschulen, besuchen.

Der Kurs überzeugte sehr, weil ein Wavelet-„Anfänger“ in kleinen und einsichtigen Schritten mit den wesentlichen Aspekten dieser Materie bekannt gemacht wurde. Das zugehörige Buch ist sehr umfassend, sorgfältig und fundiert. Der Leser wird anhand guter und einfacher Beispiele, die z.T. durch Handrechnung oder mit dem Computer zu lösen sind, auf die „neuralgischen“ Stellen des Gebietes aufmerksam gemacht.

Der Bezug zur praktischen Anwendung ist stark gewichtet, so werden für alle Beispiele MATLAB Programme zur Verfügung gestellt. Am Schluss jedes Kapitels werden einige Übungsbeispiele empfohlen. Die Lösung der letzteren kann als „Download“ von der Website des Verlags www.oldenbourg-verlag.de heruntergeladen werden. Auch der Inhalt dieses „Downloads“ ist sehr gewissenhaft gestaltet.

Zu Beginn wird die grundsätzliche Problematik der Approximation von Signalen (Kompression) und deren gute (numerisch stabile) Rekonstruktion erläutert. Es wird klar, warum die gewöhnlichen Fourierreihen nicht mehr genügen, warum „neue“ lokalisierte Funktionen verwendet werden müssen.

Ein kurzer geschichtlicher Abriss zeigt, dass es neben den neuen Wavelets von Meyer [1] und Daubechies [2] auch das alte Wavelet von Haar [3] gibt.

Mit dem Haarschen Mother-Wavelet von 1910 unter Zuhilfenahme der Grundkonzepte der linearen Algebra (ortho-normierte Systeme) wird der Leser sehr gut in das Gebiet eingeführt. Die ganze Problematik der Approximation und Rekonstruktion wird mit der Haar-Transformation sowie ihrer schnellen Variante und dem Haarschen Filter dargelegt. Was an mathematischem Rüstzeug verlangt wird, ist in einem Anhang präsentiert (so z.B. die z -Transformation).

Die diskreten Algorithmen von all den benötigten Transformationen und ihren schnellen Varianten werden ausführlich und einsichtig entwickelt, was für den Anwender sehr nützlich sein dürfte. Dabei werden sämtliche technischen Fachausdrücke, die in der Signal- und Bildverarbeitung von Interesse sind, erklärt und soweit möglich, übersetzt.

Daneben wird für den mathematisch interessierten Leser der funktionalanalytische Standpunkt (ortho-normale Basen in $L^2(\mathbb{R})$, Multiskalen-Analyse (MSA), u.a.) erläutert. Hier werden die Beweise der fundamentalen Theoreme „nur“ skizziert, was dem Lesefluss zugute kommt. (Wer es genauer wissen will, dem sei die Literaturliste empfohlen, wobei die unten von mir aufgeführten Arbeiten [1] und [2] leider fehlen.) Auch hier wird immer wieder mit Bemerkungen und Fussnoten auf die kritischen Punkte aufmerksam gemacht.

Dass die Wavelets nicht nur in oben erwähnten Gebieten eine wichtige Rolle spielen, wird in Kapitel 9 gezeigt, wo sie z.B. in einem Randwertproblem zum Einsatz kommen. Die Wavelets mit ihren speziellen Eigenschaften wurden auch von Ch. Schwab und T. von Petersdorff [4] im Gebiet der partiellen Differentialgleichungen ausgenützt. In ihren Arbeiten werden die Wavelets mit der Randelement-Methode „verheiratet“, was u.a. zu schwach besetzten Systemmatrizen führt. Die Lokalisierung des Wavelets hat letztlich eine gewisse Verwandtschaft mit den Funktionen, wie sie bei der Methode der Finiten Elemente verwendet werden.

Wer sich für Wavelets interessiert, ob Ingenieur oder nicht, findet im vorliegenden Buch eine gute Einführung.

H. Ungricht, Zürich

- [1] Meyer, Y.: *Principe d'incertitude, bases hilbertiennes et algèbres d'opérateurs*. Séminaire Bourbaki, 1985–1986, no. 662.
- [2] Daubechies, I.: *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, Philadelphia, 1992.
- [3] Haar, A.: Zur Theorie der orthogonalen Funktionen-Systeme. *Math. Ann.* 69 (1910), 331–371.
- [4] von Petersdorff, T., Schwab, Ch.: Wavelet approximations for the first kind boundary integral equations on polygons. *Numer. Math.* 74 (1996), 479–519.