
Die Ära des J. J. Scaliger und das Alter der Welt. Ein Stück Kalendermathematik

Martin Huber und Arthur Vogt

M. Huber studierte Mathematik an der ETH Zürich. Im Jahr 1976 promovierte er dort bei B. Eckmann über ein Thema aus der homologischen Algebra. Seit 1987 ist er Dozent für Mathematik an der Zürcher Hochschule Winterthur; ausserdem wirkt er als Dozent an der Universität Zürich. Seit dem Jahrtausendwechsel interessiert er sich auch für Kalendermathematik.

A. Vogt hat nach seiner Promotion in Mathematik in der eidgenössischen Bundesverwaltung auf den Gebieten Statistik, Privat- und Sozialversicherung als Wirtschafts- und Versicherungsmathematiker gearbeitet. In seiner Freizeit interessiert er sich für die Geschichte der exakten Sozialwissenschaften und seit einigen Jahren auch für die Kalendermathematik.

1 Das Kalenderjahr

Ein Kalender ist eine Ordnung der „natürlichen“ Zeit, d.h. für die Zeit, die durch die regelmässigen Umläufe der Gestirne festgelegt wird. Der unvoreingenommene Beobachter erlebt diese Umläufe als Wechsel und Wiederholung

- von Tag und Nacht,
- der Mondphasen,
- der vier Jahreszeiten.

Es geht dabei also um die Zeitintervalle

Tag – Monat – Jahr,

Mit einer Bulle des Papstes Gregor XIII. wurde 1582 der neue (Gregorianische) Kalender in Kraft gesetzt. Die vorliegende Arbeit ist dem Gegenentwurf des Historikers und Astronomen Joseph Justus Scaliger (1540–1609) gewidmet. Scaliger verwarf die Gregorianische Reform und stellte ihr seine eigene Zeitsystematik gegenüber. Er war der erste, der den Tag als Zählseinheit in Geschichte und Astronomie verwendete. Zudem erweiterte er den Osterzyklus von 532 Jahren zum Scaliger-Zyklus von 7980 Jahren. Als Epoche (Beginn) dieser Zeitrechnung – Scaliger nannte sie Julianische Ära – bestimmte er den 1. Januar 4713 v.Chr. Die für die Julianische Ära wesentlichen Kalenderparameter werden hier besprochen, und es wird gezeigt, wie die Epoche bestimmt werden kann.

doch sind diese Begriffe noch nicht genügend präzise. Man unterscheidet z.B. zwischen Sonnentag und Sterntag, zwischen dem synodischen und dem siderischen Monat sowie zwischen dem tropischen und dem siderischen Jahr.

In der Astronomie denkt man sich die Gestirne auf eine Kugel projiziert, in deren Zentrum die Erde als Punkt angenommen wird. Diese Kugel heisst *Himmelskugel*. Die *Weltachse* ist die Verlängerung der Erdachse; sie trifft die Himmelskugel in den beiden *Himmelspolen*. Die Grosskreisebene senkrecht zur Weltachse schneidet die Himmelskugel im *Himmelsäquator*. Für einen festen Beobachtungsort liegen die oberen Kulminationspunkte sämtlicher Gestirnsbahnen auf einem Gross-Halbkreis, dem *Himmelsmeridian*. Die jährliche scheinbare Sonnenbahn heisst *Ekliptik*. Längs der Ekliptik liegt ein Kranz von 12 Sternbildern, den man *Tierkreis* nennt. Die Ekliptik schneidet den Himmelsäquator in zwei Punkten; dem *Frühlings-* bzw. *Herbstpunkt*.

Der *Sonnentag* ist die Zeitspanne zwischen zwei aufeinander folgenden Durchläufen der Sonne durch den Himmelsmeridian. Wegen der ungleichförmigen Bewegung der Sonne durch die Ekliptik (2. Keplersches Gesetz) lässt man eine fiktive *mittlere Sonne* gleichmässig durch den Himmelsäquator laufen und bezieht die mittlere Sonnenzeit auf diese. Der mittlere Sonnentag wird in 24 Stunden eingeteilt. Der *Sterntag* ist die Zeitspanne zwischen zwei aufeinander folgenden Durchläufen eines Fixsterns durch den Himmelsmeridian. Der Sterntag ist etwas kürzer als der Sonnentag; er dauert 23h 56m 4s.

Der *synodische Monat* ist die Zeitspanne zwischen zwei gleichartigen Mondphasen (z.B. von Neumond zu Neumond) und dauert 29,53059d, wobei hier d die Länge des mittleren Sonnentags bezeichnet. Der *siderische Monat* ist die Zeitspanne zwischen zwei aufeinander folgenden Vorübergängen an demselben Fixstern; er dauert 27,32166d und ist damit gut 2 Tage kürzer als der synodische Monat.

Das *tropische Jahr* ist das Zeitintervall zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen der Sonne durch den Frühlingspunkt; es dauert 365,24220d. Das *siderische Jahr* ist das Zeitintervall zwischen zwei aufeinander folgenden Vorübergängen der Sonne am gleichen Fixstern. Es dauert 365,25636d und ist damit um ca. 20m 25s länger als das tropische Jahr – infolge der Erdpräzession verschiebt sich der Frühlingspunkt rückläufig durch die Ekliptik. Ein siderisches Jahr enthält 366,25636 Sterntage und damit genau einen Sterntag mehr als es Sonnentage hat.

Wie lange benötigt der Frühlingspunkt, bis er den ganzen Tierkreis durchwandert hat? Diese Zeitspanne dauert ca. 25'790 tropische Jahre; sie wird *Platonisches Jahr* genannt.

Für den Kalender massgeblich sind der Sonnentag, der synodische Monat und das tropische Jahr, also die Zeitmasse, deren Ursache unmittelbar beobachtet werden kann. Nun können Kalenderjahr und Kalendermonat nur eine *ganze* Anzahl Tage, das Kalenderjahr nur eine *ganze* Anzahl von Kalendermonaten enthalten. Die Schaffung eines Kalenders ist ein *Näherungsproblem*, dessen Lösungen *ganzzahlig* sein müssen.

Das *ägyptische Jahr* hatte stets 365 Tage. Durch diese grobe Näherung wanderte das ägyptische Jahr in 1461 Jahren einmal durch die Jahreszeiten. In einem Menschenleben machte dies ca. 20 Tage aus und fiel damals nicht ins Gewicht. Die Ägypter kannten keine eigentlichen Jahreszeiten. Doch wichtig für sie war der Zeitpunkt der Nilüberschwemmung. Es wurde beobachtet, dass diese stets mit dem Erscheinen des

Sternes Sothis (heute Sirius) am Morgenhimmel zusammenfällt. Die Periode von 1461 ägyptischen Jahren heisst deshalb Sothis-Periode; die ägyptische Geschichte wird oft in Sothis-Perioden eingeteilt.

Bei der Reform des römischen Kalenders zog Julius Cäsar den ägyptischen Astronomen Sosigenes als Berater bei. Von 46 v.Chr. an galt nun der *Julianische* Kalender: Der Monat Februar bekam in jedem vierten Jahr einen zusätzlichen Tag. Gleichzeitig wurde der römische Jahresanfang vom 1. März auf den 1. Januar verlegt. Die Monatsnamen September, Oktober, November und Dezember erinnern noch an den alten römischen Kalender: Der September war der siebte (septem), der Dezember der zehnte Monat (decem). Der Monatsname *Juli* erinnert an Julius Cäsar, *August* an den ersten römischen Kaiser Augustus (C. Octavius), der die Kalenderreform im Jahr 8 n.Chr. vollendete.

Der Julianische Kalender mit seiner mittleren Jahreslänge von 365,25 Tagen entspricht schon recht gut dem tropischen Jahr. Doch bis zum Beginn der Neuzeit hatte sich die Ungenauigkeit zu 10 Tagen aufsummiert. Dies konnte von der Kirche nicht mehr toleriert werden. Im Jahr 1582 wurde durch Papst Gregor XIII der heute noch gültige *Gregorianische* Kalender eingeführt. Das Jahr 1582 hatte dadurch nur 355 Tage: Auf den 4. Oktober folgte der 15. Oktober. Damit solche Korrekturen überflüssig werden, lässt man im Gregorianischen Kalender innert 400 Jahren drei Schaltjahre aus. (Dies sind die Hunderterjahre, die nicht durch 400 teilbar sind, also z.B. 1700, 1800, 1900, nicht aber 1600 oder 2000.) Somit besteht das mittlere Gregorianische Jahr aus $365 + 97/400 = 365,2425$ Tagen. Es ist damit immer noch etwas zu lang, aber es dauert nun mehr als 3300 Jahre, bis die Abweichung vom tropischen Jahr einen vollen Tag erreicht.

Neunzehn tropische Jahre entsprechen ziemlich genau 235 synodischen Monaten. Dieser 19-jährige Mondzyklus wird nach dem griechischen Astronomen Meton auch *Metonscher Zyklus* genannt. Meton schlug im Jahr 433 v.Chr. vor, jeden Zyklus von 19 Jahren in 12 Jahre zu 12 Monaten und 7 Jahre zu 13 Monaten einzuteilen. Dies ergibt zusammen 235 Monate, wobei 125 Monate 30 Tage und 110 Monate 29 Tage umfassen sollten. Das sind $3750 + 3190 = 6940$ Tage, was genau einem Zyklus von 19 Julianischen Jahren mit 5 Schaltjahren entspricht. Auf dem Vorschlag von Meton beruht der babylonische Kalender.

Das *babylonische* Jahr ist somit ein Mondjahr, bei welchem jedoch der Gleichlauf mit den Jahreszeiten durch Einschub von Schaltmonaten berücksichtigt wird (ein sog. *Lunisolarjahr*). Wie oben ausgeführt, ist dieser Gleichlauf nach einem Metonschen Zyklus von 19 Jahren wieder erreicht. Nach 19 babylonischen Jahren kann wieder derselbe Kalender verwendet werden.

Das *jüdische* Jahr entspricht im Wesentlichen dem babylonischen Jahr. In einem 19-jährigen Mondzyklus sind Schaltjahre das 3., 6., 9., 11., 14., 17. und 19. Jahr. Infolge einer recht komplizierten Bestimmung des Jahresanfangs gibt es im jüdischen Kalender jedoch sechs verschiedene Jahreslängen: Ein jüdisches Gemeinjahr (12 Monate) kann 353, 354 oder 355 Tage umfassen. Es wird dann als *mangelhaftes*, *reguläres* bzw. *überzähliges* Gemeinjahr bezeichnet. Ein jüdisches Schaltjahr (13 Monate) kann entsprechend 383, 384 oder 385 Tage umfassen.

Das *islamische* Jahr ist ein reines Mondjahr. Ein islamisches Gemeinjahr umfasst 354, ein Schaltjahr 355 Tage. In einem 30-jährigen Zyklus sind Schaltjahre das 2., 5., 7., 10.,

13., 15., 18., 21., 24., 26. und das 29. Jahr. Der Jahresbeginn wandert durch die Jahreszeiten. Es dauert mindestens 67 islamische Jahre, bis der Anfang zum ersten Mal wieder auf dasselbe Gregorianische Datum fällt. Es ist bemerkenswert, dass es im islamischen Kulturkreis auch ein Sonnenjahr gibt – den persischen Kalender.

Wir beschliessen diesen Abschnitt mit der Einführung der Begriffe „Epoche“ und „Ära“. Unter einer *Epoche* versteht man in der *Chronologie* (Wissenschaft von der Zeiteinteilung) den Anfang einer Zeitrechnung. Heute wird Epoche fälschlicherweise mit Zeitraum gleichgesetzt. Korrekt bedeutet es einen Zeitpunkt. Mit der Epoche beginnt eine Zeitrechnung oder *Ära*. Dieses Wort kommt von lateinisch „aes“, was zunächst Kupfer, Erz, später Münzen, dann Zahl und schliesslich Jahreszählung bedeutete. Die *römische Ära* begann mit der Gründung der Stadt Rom („ab urbe condita“). Die *christliche Ära* basiert auf der Geburt von Jesus Christus. Das Datum wurde erst im 6. Jahrhundert durch den skythischen Abt *Dionysius Exiguus* festgelegt und stimmt deshalb wohl nicht genau. Die christliche Ära begann im Jahr 753 *ab urbe condita*. Für die Zeit vor Christi Geburt wurde aber bis zum Ende des Mittelalters weiterhin die römische Ära verwendet. Erst durch das Wirken des Universalgelehrten J.J. Scaliger (vgl. 3. Abschnitt) wurde die *Rückwärtszählung* der Jahre vor Christi Geburt allgemein gebräuchlich. Die Epoche des jüdischen Kalenders ist die „Erschaffung der Welt“, welche erst im Mittelalter auf das Jahr 3761 v.Chr. angesetzt wurde. Schliesslich ist die Epoche des islamischen Kalenders die Hedschra, d.h. die Flucht des Propheten Mohammed aus Mekka (16. Juli 622 n.Chr.).

2 Chronologische Kennzeichen und Zirkel

Da 365 bei der Division durch 7 den Rest 1 lässt, hat jedes Datum im folgenden Jahr einen anderen Wochentag. Gäbe es keine Schaltjahre, so könnte man alle 7 Jahre denselben Kalender gebrauchen. Da jedes vierte Jahr ein Schaltjahr ist, verlängert sich dieser sog. *Sonnenzyklus* auf $4 \text{ mal } 7 = 28$ Jahre. Dies gilt nicht nur für den Julianischen sondern auch für den Gregorianischen Kalender, aber nur für kürzere Zeiträume zwischen ausfallenden Schaltjahren – z.B. zwischen 1900 und 2100.

Jedem Tag des Jahres wird ein *Tagesbuchstabe* (*littera dierum*) und jedem Jahr ein *Sonntagsbuchstabe* (*littera dominicalis*) zugeordnet. Die Tagesbuchstaben eines Gemeinjahrs variieren von A bis G und wiederholen sich dann. Der 1. Januar besitzt den Buchstaben A, der 28. Februar hat C, der 1. Mai hat B, der 17. August hat E, der 6. Dezember hat D, und der Buchstabe des 31. Dezembers ist wieder A. Der Sonntagsbuchstabe eines Gemeinjahrs ist der Tagesbuchstabe des ersten Sonntags und damit jedes Sonntags des betreffenden Jahres. Im Jahr 2003 war der 5. Januar der erste Sonntag, also haben wir heuer E als Sonntagsbuchstaben. In einem Schaltjahr bekommt der 24. Februar (der Schalttag des römischen Kalenders) denselben Buchstaben wie der 23. Februar, also E. Somit ändert dann der Sonntagsbuchstabe – im Jahre 2004 z.B. von D auf C; in diesem Fall wird der Doppelbuchstabe DC angegeben. D.h. am Anfang des Jahres werden die Tage mit dem Buchstaben D (also der 4.1., 11.1., 18.1., usw.) Sonntage sein; nach dem Schalttag werden es dagegen die Tage mit dem Buchstaben C sein (also der 29.2., 7.3., 14.3., usw.).

Der sog. *Sonnenzirkel* (*circulus solis*) gibt die Position des betreffenden Jahres im Sonnenzyklus an. Er nimmt Werte von 1 bis 28 an. Im Jahr 2002 betrug der Sonnenzirkel

23; im Jahr 2003 ist er 24 und im folgenden Jahr 25. Im Jahr 2007 wird er 28 betragen, um dann 2008 auf 1 zurückzuspringen. Für zwei Jahre mit demselben Sonnenzirkel kann der gleiche Kalender verwendet werden (falls von den Mondphasen abgesehen wird). Dies ist etwa der Fall für die Jahre 1975 und 2003. Ihr gemeinsamer Sonnenzirkel ist 24; z.B. fällt der 29. August in beiden Jahren auf einen Freitag.

Die *Goldene Zahl* (*numerus aureus*) ist eine Zahl zwischen 1 und 19. Sie gibt die Position des betreffenden Jahres im 19-jährigen Mondzyklus an. Das Jahr 2003 hat die Goldene Zahl 9. Im Jahr 1995 betrug die Goldene Zahl 1, während sie im Jahr 1994 den Maximalwert 19 annahm. Die Goldene Zahl des Jahres a n.Chr. ist der Rest der Zahl $a + 1$ bei Division durch 19. (Wenn die Division aufgeht, nimmt man 19 anstelle von 0.) Auch das Jahr 1965 hatte die Goldene Zahl 9: die Jahre 1965 und 2003 haben den gleichen Mondkalender. Z.B. war der Frühlingsvollmond (erster Vollmond nach der Tag- und Nachtgleiche) in beiden Jahren am 16. April.

Das Datum des Frühlingsvollmondes bestimmt das Osterdatum und damit die Daten sämtlicher beweglicher Festtage des christlichen Kirchenjahres. Auf dem Konzil zu Nicäa im Jahr 325 wurde festgelegt, dass Ostern stets am ersten Sonntag nach dem Frühlingsvollmond gefeiert wird; diese Regel gilt auch heute noch. Nun hat der 16. April den Tagesbuchstaben A. Der Sonntagsbuchstabe des Jahres 1965 war C, also fiel Ostern in jenem Jahr auf den 18. April, während das Osterdatum des Jahres 2003 (Sonntagsbuchstabe E) der 20. April war.

Im Julianischen Kalender dauerte es 28 mal $19 = 532$ Jahre, bis sich der Sonnenzirkel und die Goldene Zahl wiederholten. Z.B. war das der Fall für die Jahre 1 n.Chr., 533 und 1065. Der Sonnenzirkel betrug 10, die Goldene Zahl war 2. Dionysius Exiguus führte im sechsten Jahrhundert für die Zeitspanne von 532 Jahren den Begriff *Osterzyklus* ein, weil sich nach 532 Jahren die Abfolge der Osterdaten wiederholte. Da es nur 35 mögliche Osterdaten gibt (22. März bis 25. April), dauerte es natürlich meistens wesentlich weniger als 532 Jahre, bis wieder das gleiche Osterdatum auftrat. Z.B. war Ostern in den Jahren 1559, 1570 und 1581 stets am gleichen Tag, nämlich am 26. März. Wie man einer Tabelle der Osterdaten (etwa [1, S. 90ff.]) entnehmen kann, kommt es sehr oft vor, dass sich das Osterdatum nach 11 Jahren wiederholt. *Wie sich dieses und ähnliche erstaunliche Phänomene erklären lassen, scheint uns eine interessante offene Frage zu sein* (vgl. auch [7]).

Die *Römerzinszahl* (*indictio*) ist eine Zahl zwischen 1 und 15. Sie gibt die Position des betreffenden Jahres im sog. *Indiktionszyklus* an. Der Name stammt von der römisch-kaiserlichen Verfügung (*indictio*) über die Höhe der Steuer, die alle 15 Jahre erhoben wurde. Diese Zahl wurde noch das ganze Mittelalter hindurch meist in den Urkunden der gewöhnlichen Jahreszahl beigefügt. Das Jahr 2003 hat die Römerzinszahl 11; der gegenwärtige Zyklus begann 1993 (Römerzinszahl 1) und endet 2007 mit der Zahl 15.

In traditionellen Kalendern (z.B. [5]) und astronomischen Jahrbüchern (z.B. [3]) findet man als weitere chronologische Kennzeichen die *Epakte* und den *Jahresregent*, manchmal noch den *Buchstaben des Martyrologiums*. Da diese Kennzeichen in der Folge nicht vorkommen werden, erübrigt sich eine Erklärung. (Für eine solche s. [6] oder [8, S. 48ff.])

3 Die „Julianische“ Ära des Joseph Justus Scaliger

Joseph Justus Scaliger wurde am 5.8.1540 in Agen (Südfrankreich) als Sohn des italienischen Philosophen und Naturwissenschaftlers Julius Cäsar Scaliger geboren. Er studierte von 1551 bis 1554 in Bordeaux; als dort die Pest ausbrach, kehrte er zu seinem Vater zurück. Er eignete sich ausserordentliche Kenntnisse an, indem er – vorwiegend im Selbststudium – griechische, lateinische, hebräische und arabische Autoren in der Originalsprache durcharbeitete. 1562 wurde Scaliger Protestant. Im darauf folgenden Jahr begleitete er seinen adeligen Freund Louis de Chastaigner de la Roche Pouay auf Reisen nach Italien, England und Schottland. Durch Zufall entging Scaliger der Bartholomäusnacht (Pogrom gegen die Hugenotten am 24.8.1572) und flüchtete nach Genf, wo er bis 1574 Professor an der dortigen Universität war. Zwischen 1574 und 1593 lebte er als freier Schriftsteller auf den Schlössern seines Freundes. In dieser Zeit entstanden die meisten seiner Werke. Im Jahr 1593 nimmt er einen Ruf auf eine Professur in Leiden (Holland) an, wo er bis zu seinem Lebensende bleibt. Er starb am 21.1.1609 (Julianischer Kalender).

In seinem Hauptwerk *Opus novum de emendatione temporum* [4] verwarf er nicht nur die Gregorianische Kalenderreform, sondern stellte ihr mit der Einführung der *Julianischen Ära* und des *Julianischen Datums* seine eigene Zeitsystematik gegenüber. Es war Scaligers Idee, den Tag als *Zähleinheit der Geschichte* zu verwenden. Die nächst grössere Einheit ist die *Julianische Periode* von 1461 Tagen. Sie besteht aus 3 Gemeinjahren und einem Schaltjahr. Zudem erweiterte Scaliger den Dionysischen Osterzyklus von 532 Jahren um den Indiktionszyklus von 15 Jahren zum Scaliger-Zyklus, welcher $28 \cdot 19 \cdot 15 = 7980$ Jahre dauert.

„... Da unter den zahlreichen Aeren von Erschaffung der Welt, die von den Chronologen aufgestellt worden sind, keine den Vorzug zu verdienen schien, so hat *Joseph Scaliger* durch Multiplication der drei cyklischen Zahlen 28, 19 und 15 eine Periode von 7980 Jahren gebildet (*Emend. temporum*, 1. V. p. 359 der Ausg. von 1629), die alle an eine solche Grundäre zu machende Ansprüche befriedigt. Er nennt sie die *julianische*, weil sie nach julianischen Jahren zählt ...“ ([2, S. 76]; Ideler verwendet hier und im folgenden Zitat *Periode* anstelle von Zyklus.)

Zusätzlich gab Scaliger eine Epoche an, durch deren Wahl die Reste der Julianischen Jahreszahl (hier im Sinne von Scaliger) bei Division durch 28, 19 bzw. 15 die richtigen Werte des Sonnenzirkels, der Goldenen Zahl bzw. der Römerzinszahl liefern.

„... Sie nimmt zugleich mit dem Sonnen-, Mond- und Indictionscirkel ihren Anfang, und erneuet sich nicht eher, als bis alle drei Zeitkreise zugleich abgelaufen sind. Es wird daher jedes Jahr durch seine eigenthümlichen cyklischen Zahlen charakterisirt, die sich in den Resten der Division des jedesmaligen Jahrs der Periode durch jene drei Zahlen ergeben. ...“ [2, S. 76]

Diese Epoche ist der 1. Januar des Jahres 4713 v.Chr. Von diesem Datum an werden nun die Tage fortlaufend durchnummeriert. Auf diese Weise kann jedem Datum eine eindeutige Nummer zugeordnet werden. Der neue Tag beginnt jeweils um 12 Uhr Weltzeit; die Uhrzeit wird der Tagesnummer als Dezimalanteil angefügt. Es ist bemerkenswert, dass diese Tageszählung noch heute in der Astronomie allgemein gebräuchlich ist. Wir befinden uns gegenwärtig im Jahr 6716 der Julianischen Ära, und gemäss [3] hat der 1. Januar 2003 (0h Weltzeit) die Julianische Tagesnummer 2'452'640,5. Der Sonnenzirkel dieses Jahres ist somit der Rest von 6716 bei Division durch 28, also 24; die Goldene

Zahl ist der Divisionsrest modulo 19, also 9; und die Römerzinszahl ist 11, der Rest bei Division durch 15 (vgl. Abschnitt 2).

Doch wie kann man die Epoche von Scaligers Ära bestimmen?

Dazu werden die drei Angaben eines bestimmten Jahrs des Julianischen Kalenders benötigt. Im Jahr 1583 betragen der Sonnenzirkel 24, die Goldene Zahl 7 und die Römerzinszahl 11. Es sei nun x die Jahreszahl in der Julianischen Ära des Jahres 1583. Dann ist x die kleinste natürliche Zahl, für die das Kongruenzsystem

$$\begin{cases} x \equiv 24 \pmod{28} \\ x \equiv 7 \pmod{19} \\ x \equiv 11 \pmod{15} \end{cases} \quad (\text{I})$$

erfüllt ist. Weil 28, 19 und 15 teilerfremde Zahlen sind, garantiert der Chinesische Restsatz eine Lösung. Doch wie findet man sie? Der kanonische Ansatz ist der folgende: Man bestimme $u, v, w \in \mathbf{Z}$ so, dass

$$\begin{aligned} u &\equiv 1 \pmod{28}, & u &\equiv 0 \pmod{19}, & u &\equiv 0 \pmod{15}, \\ v &\equiv 0 \pmod{28}, & v &\equiv 1 \pmod{19}, & v &\equiv 0 \pmod{15}, \\ w &\equiv 0 \pmod{28}, & w &\equiv 0 \pmod{19}, & w &\equiv 1 \pmod{15}. \end{aligned}$$

Dann ist

$$x = 24u + 7v + 11w$$

offensichtlich eine Lösung von (I). Es ist klar, dass u von der Form $u = 19 \cdot 15 \cdot t$ sein muss. Es bleibt t so zu bestimmen, dass $19 \cdot 15 \cdot t \equiv 1 \pmod{28}$ ist. Zunächst stellen wir fest, dass $19 \cdot 15 \equiv 5 \pmod{28}$, also ist $19 \cdot 15 \cdot t \equiv 5t \pmod{28}$. Nach dem Satz von Euler gilt $5^{12} \equiv 1 \pmod{28}$, denn $\varphi(28) = \varphi(4) \cdot \varphi(7) = 2 \cdot 6 = 12$. Wir schliessen, dass $t = 5^{11}$ eine Lösung der Kongruenz $5 \cdot t \equiv 1 \pmod{28}$ ist. Ferner berechnet man, dass $5^{11} \equiv 17 \pmod{28}$. Somit ergibt sich

$$19 \cdot 15 \cdot 17 \equiv 19 \cdot 15 \cdot 5^{11} \equiv 5 \cdot 5^{11} \equiv 5^{12} \equiv 1 \pmod{28},$$

und wir finden $u = 19 \cdot 15 \cdot 17 = 4845$. Analog bestimmt man $v = 28 \cdot 15 \cdot 10 = 4200$ und $w = 28 \cdot 19 \cdot (-2) = -1064$. Als Lösung des Systems (I) erhalten wir damit

$$x = 24 \cdot 4845 + 7 \cdot 4200 + 11 \cdot (-1064) = 133'976.$$

Natürlich ist diese Zahl viel zu gross. Stattdessen nehmen wir ihren Rest bei Division durch 7980 und subtrahieren davon 1583. Dies führt zu Scaligers Ergebnis 4713 (v.Chr.). \square

Was hat nun die Julianische Ära mit dem *Alter der Welt* zu tun? Im ausgehenden Mittelalter glaubten die meisten Juden und Christen, dass der Schöpfungsakt im Jahr 3761 v.Chr. (Epoche des jüdischen Kalenders) stattgefunden habe. Doch einige Renaissance-Gelehrte stellten ihre eigenen Berechnungen an. So datierte der berühmte Astronom Johannes Kepler den Anfang der Welt auf das Jahr 3993 v.Chr. Da die Zeitgenossen mit einem derart abstrakten Kalender, wie Scaliger ihn einführte, wenig anfangen konnten, vermuteten sie vielmehr, dass er mit seiner Epoche das Alter der Welt neu bestimmt habe ($4713 + 1583 = 6296$ Jahre). Doch Scaliger selbst verneinte dies stets.

Bemerkungen

1. Die Autoren danken dem Referenten für den Hinweis, dass für die Ermittlung von Scaligers Epoche mit Vorteil der Satz von Euler verwendet wird. Dadurch konnte die Auflösung des Systems (I) eleganter und kürzer gestaltet werden.
2. Die Architekturstudenten, die dieses Thema bearbeiteten, hatten mit dem „kanonischen“ Ansatz ausgesprochene Mühe. Sie bevorzugten die Lösung mittels Iteration. Dabei bestimmt man zuerst eine Lösung des Teilsystems bestehend aus den ersten zwei Kongruenzen von (I). Mit dieser Lösung (modulo $28 \cdot 19 = 532$) und der dritten Kongruenz von (I) bildet man dann ein zweites System, dessen Lösung (modulo 7980) auch die Lösung von (I) ist.

Literatur

- [1] Bachmann, H.: *Kalenderarithmetik*. Juris-Verlag, Zürich 1986 (2. Auflage).
- [2] Ideler, Ch.L.: *Handbuch der mathematischen und technischen Chronologie*. Verlag A. Rucker, Berlin 1825.
- [3] Keller, H.U.: *Kosmos Himmelsjahr 2003. Sonne, Mond und Sterne im Jahreslauf*. Franckh-Kosmos, Stuttgart 2002.
- [4] Scaliger, J.J.: *Opus novum de emendatione temporum*. Paris 1583, 1589 und 1629. Zitiert in [2].
- [5] Vogt, A.: *Erklärungen zum Kalendarium 2002*. In: Alpenhorn-Kalender 2002, Licorne-Verlag, Langnau 2001, 26–28.
- [6] Vogt, A.: *Chronologische Kennzeichen und Zirkel*. In: Alpenhorn-Kalender 2002, Licorne-Verlag, Langnau 2001, 97–105.
- [7] Vogt, A.: *Kalender AAE auf das Jahr 2002*. Zu beziehen bei: A. Vogt, Ahornweg 16, CH–3400 Burgdorf.
- [8] Zemanek, H.: *Kalender und Chronologie. Bekanntes und Unbekanntes aus der Kalenderwissenschaft*. 5. verbesserte Auflage, Oldenbourg-Verlag, München/Wien 1990.

Martin Huber
Zürcher Hochschule Winterthur
Postfach 805
CH–8401 Winterthur, Schweiz
e-mail: hma@zhwin.ch

Arthur Vogt
Ahornweg 16
CH–3400 Burgdorf, Schweiz
e-mail: vogt-burgdorf@bluewin.ch