## Elemente der Mathematik

## Bücher und Computersoftware

**B. Gross, J. Harris: The Magic of Numbers.** xiv + 287 Seiten, \$ 56.00. Prentice Hall, 2004; ISBN 0-13-177721-1

Basierend auf dem von ihnen entwickelten Kurs *Quantitative Reasoning* an der Harvard University erarbeiteten B. Gross und J. Harris *The Magic of Numbers*, ein Buch, welches weniger dazu dienen soll, sich auf einen nächsten Kurs vorzubereiten, als dem Leser einen Einblick in die Welt der Zahlen zu geben, und das zeigen soll, was die Menschen seit jeher an der Mathematik fasziniert hat. We're not trying to teach you how to write a symphony, or to play the violin; we simply want you to hear the music.

Mathematische Grundkenntnisse werden praktisch keine vorausgesetzt; wer gemeine Brüche addieren und Buchstaben anstelle von Zahlen setzen kann, wird den Inhalten des Buches folgen können. Der erste Teil befasst sich mit der Kombinatorik, worauf folgerichtig die Wahrscheinlichkeitsrechung aufbaut. Der zweite Teil umfasst das Gebiet der Arithmetik, welches im dritten Teil zur Modularen Arithmetik erweitert wird. Der vierte Teil schliesslich gibt dem Leser einen Einblick in die Welt der Kryptographie. Die 24 Kapitel stehen meist in engem Zusammenhang, das Buch sollte also als Ganzes gelesen werden und wird kaum als Nachschlagewerk dienen können.

Was The Magic of Numbers zu einem Buch macht, welches besonders auch für Laien geeignet ist, ist die Menschlichkeit, mit der die Autoren einen in die Welt der Zahlen führen. Die aufgeführten Beispiele, welche zur Verständlichkeit der mathematischen Probleme beitragen, sind aus dem Leben gegriffen, sei es nun das Pokerspiel oder die chemische Reaktion von Backpulver mit Salzsäure. Zudem findet sich hin und wieder am Schluss eines Kapitels ein kleiner mathematischer Comic, welcher den Leser zum Schmunzeln bringt. Den Autoren gelingt es auch, den Leser zum Denken anzuregen, folgt doch gelegentlich die Aufforderung: Stop. Close the book. Grab a pad of paper and a pen. Work out some examples on your own. Think. Zudem finden sich zahlreiche Übungsaufgaben, und für zusätzliche Übungen wird bereits im Vorwort auf eine Homepage verwiesen. Zu bemängeln ist einzig, dass im Buch keine Lösungen zu den Übungsaufgaben vorhanden sind.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass es den Autoren bestens gelungen ist, dem Leser die Schönheit der Zahlen zu zeigen. Ist man am Schluss des Buches angelangt, hat man Lust auf mehr, weil sich noch so viele Fragen stellen, deren Lösungen man gerne auf die Spur kommen würde. Wer sich also nicht scheut, ein bisschen Kopfarbeit zu leisten, und wer sich herausgefordert fühlt, wenn die Lösung zu einem Problem nicht sofort ersichtlich ist, dem ist *The Magic of Numbers* wärmstens zu empfehlen.

Nelly Altwegg, Kehrsatz

**T. G. Feeman: Portraits of the Earth.** A Mathematician Looks at Maps. xiii+123 Pages, \$ 26.00. American Mathematical Society, 2002; ISBN 0-821-83255-7.

Similarly to whales, caribou, turtles, and birds, humans have been migrating on the earth for millennia. Humans, however, do not have a built-in compass or map that enable them to navigate large distances without external assistance. Maps have certainly been used ever since humans have had the need to communicate the location of some desirable resource, such as an interesting watering hole, a dangerous place to avoid, and of course the location of some valuable treasure. Maps are used today on a daily basis, from the diagram of a building to flight paths in an airline brochure. Each map of course is only a representation of the real world; hence the question of how to represent the world.

Maps are fascinating visual aids and tools, and in this book, Feeman takes a close look at maps: the mathematical ideas involved in creating and analysing maps, and how to represent the earth on a flat surface. Many of the assumptions that map makers take for granted are spelled out in an uncomplicated fashion, which makes the text very readable and easily accessible. Feeman discusses the simplifications we make about the shape of the earth, why it is impossible to represent any portion of a sphere onto a flat surface, how the geometry of a sphere differs from Euclidean geometry (the shortest path between two points is not a straight line), and reminds us that no flat map of the earth can have a single fixed scale factor (despite the claims made by many maps). There are discussions on the design of conformal and equal-area maps. Feeman discusses how map designs can be modified to create maps having any center. Interesting end-of-chapter exercises and laboratory projects are suggested.

In spite of the fact that it has been well over twenty years since I had last used trigonometry, I found that the mathematics were clearly explained and I had no problem in understanding the concepts. Indeed, I found that I started going back to my old textbooks for a refresher that I would not have found the motivation for, had it not been for this book. Particularly interesting is the discussion on how to use Maple software to generate maps from geographic data points. I believe that this text is an interesting addition to make trigonometry become more "alive" for those students who sometimes fail to see how mathematics are applicable in the "real world".

François Kilchoer, Fribourg

**H.-W. Alten (Hrsg.): 4000 Jahre Algebra.** Geschichte – Kulturen – Menschen. xiv + 653 Seiten, SFr. 68.–. Springer, Berlin Heidelberg 2003; ISBN 3-540-43554-9.

Das vorliegende Buch ist der dritte Band der Reihe "Vom Zählstein zum Computer", herausgegeben von der Projektgruppe Geschichte der Mathematik der Universität Hildesheim. Der Untertitel "Geschichte – Kulturen – Menschen" ist den Autoren Programm; sie legen Wert auf das Aufzeigen der (kulturellen, politischen, wirtschaftlichen, persönlichen) Umstände, die zu mathematischen Entwicklungen geführt haben. Dies äussert sich etwa in sehr informativen Übersichtsartikeln über den kultur- und allgemeingeschichtlichen Hintergrund der verschiedenen Epochen.

Auf eine lebendige Art vermittelt das Buch, wie sich im Verlauf der Jahrhunderte die Algebra entwickelt hat. Die Geschichte der Algebra beginnt mit der Einführung von Zahlzeichen und ersten arithmetischen Verfahren im alten Ägypten und in Mesopotamien. In jener Zeit standen konkrete mathematische Probleme im Vordergrund, die sich etwa bei der Landvermessung oder in der Buchhaltung ergaben. Erst die Griechen begannen die Mathematik theoretisch zu hinterfragen. Sie näherten sich algebraischen Fragen mit geometrischen Methoden, aus ästhetischen, aber auch aus praktischen Gründen. Solche geometrischen Argumentationen, beispielsweise Betrachtungen von Archimedes über Lösungen von Gleichungen dritten Grades mithilfe von Kegelschnitten, werden im Buch ausführlich dargestellt und dann in der Sprache der modernen Algebra diskutiert und erläutert.

Erst ab dem 16. Jahrhundert etablierte sich die Algebra als eigenständige Disziplin; Voraussetzung dafür war die Entwicklung einer formalen Sprache, die abstrakte Manipulationen ohne Rückgriff auf geometrische Argumente erlaubt. Als eine der Triebfedern für die Entwicklung von abstrakten Strukturbegriffen wird das klassische Problem, ob sich eine Gleichung n-ten Grades algebraisch auflösen lässt, dargestellt. Es wird aufgezeigt, wie in Beiträgen verschiedener Mathematiker das Konzept der Gruppe (implizit) auftauchte und wie schliesslich Galois in seinen bahnbrechenden Arbeiten die Brücke zwischen der Körper- und der Gruppentheorie schlug, die zur Lösung des Problems führte.

Mit der Betrachtung von neuen mathematischen Objekten nahm die Notwendigkeit zu, abstrakte Konzepte zu schaffen, um Struktureigenschaften dieser Objekte zu studieren. Eindrücklich wird dies etwa dargestellt bei der Frage, was die richtige Verallgemeinerung der ganzen Zahlen Z in Q in einem beliebigen Zahlkörper anstelle von Q ist, wie sich mit diesen rechnen lässt und ob oder inwiefern sich diese verallgemeinerten ganzen Zahlen faktorisieren lassen.

Im Vergleich zu den anderen Beiträgen scheint mir die Darstellung der Algebra des zwanzigsten Jahrhunderts etwas kurz geraten. Ein Grund dafür mag sein, dass es mit der zunehmenden Abstraktion immer schwieriger wird, die Methoden und Probleme allgemeinverständlich darzustellen, umso mehr, als anschauliche Beispiele oft nicht mehr so leicht zu finden sind.

Das Buch ist eine wahre Fundgrube und bietet meiner Meinung nach jedem mathematisch interessierten Leser etwas.

S. Wüthrich, Bern

**S.K. Chatterjee: Statistical Thought.** A Perspective and History. xix + 416 Seiten, \$ 120.00. Oxford University Press, 2003; ISBN 0-19-852531-1.

Chatterjees Buch zerfällt in zwei Teile, die sich auch unabhängig voneinander lesen lassen. Im ersten Teil werden die diversen Interpretationen des Begriffs der Wahrscheinlichkeit ausführlich dargestellt. Im Ringen um ein Verständnis des Wahrscheinlichkeitsbegriffs haben sich zwei Strömungen herausgebildet. Die Vertreter eines objektiven Wahrscheinlichkeitsbegriffs, wie z.B. R. von Mises und H. Reichenbach, behaupten, Wahrscheinlichkeit könne nur im Rahmen eines Experiments definiert werden, welches beliebig oft unter gleichen Bedingungen wiederholbar ist. Im Gegensatz dazu glauben die Subjektivisten, dass Wahrscheinlichkeit bloss ein Mass des persönlichen Nicht-Wissens sei, welches sich auch auf einmalige Ereignisse anwenden lasse. Ein prominenter Vertreter dieser Auffassung ist B. de Finetti, dessen klassisches Werk zur Wahrscheinlichkeitstheorie mit den Worten beginnt: "Es gibt keine Wahrscheinlichkeiten". Chatterjee selbst war zu Beginn seiner Karriere, wie die meisten Statistiker seiner Generation, Objektivist, hatte aber immer mehr ein offenes Ohr für die Argumente der Bayesianer. Seine Beschäftigung mit den Argumenten der beiden Schulen war, wie er im Vorwort darlegt, ein wichtiger Grund, warum er das vorliegende Buch schrieb: To settle that conflict at least at the subjective level, I have felt it necessary to undertake an undogmatic and dispassionate appraisal of the issues involved.

Im zweiten Teil des Buches wird die geschichtliche Entwicklung der Statistik im Detail aufgerollt. Üblicherweise gilt das Jahr 1654 als das Geburtsjahr der modernen Wahrscheinlichkeitstheorie. In diesem Jahr führten Pascal und Fermat, der in Toulouse wohnte, ihren berühmten Briefwechsel und diskutierten die Würfelprobleme des Chevalier de Méré. Allerdings hatte schon über hundert Jahre vorher der Mathematiker, Astrologe und Spieler Gerolamo Cardano ein Buch veröffentlicht, in welchem er z.B. die Additionsregel für Wahrscheinlichkeiten aufstellte. (Chatterjee versäumt an dieser Stelle nicht zu erwähnen, dass Cardano das Datum seines Todes voraussagte und an besagtem Tag Selbstmord beging! Ein Beispiel einer self-fulfilling prophecy...) Auch die weitere Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie bis in die moderne Ära (Pearson, Neyman, Fisher) wird in allen Details vorgestellt. Hier werden beim Leser sehr gute Kenntnisse der jeweiligen statistischen Verfahren vorausgesetzt. Insgesamt hat der historische Teil der Monographie einen fast enzyklopädischen Charakter und eignet sich eher zum Nachschlagen als zur linearen Lektüre. Die Fülle der Fakten ist ausserordentlich dicht, und vergeblich sehnt sich der Leser nach anekdotischen Auflockerungen! Wichtige Entwicklungen der Statistik im 20. Jahrhundert musste Chatterjee aus Platzgründen in seiner Darstellung ganz aussparen. So wird z.B. die Entwicklung der Zeitreihenanalyse nicht erwähnt, und der Bootstrap wird auf einer halben Seite abgehandelt.

Insgesamt bietet das Buch äusserst detaillierte Einblicke in die Geschichte der Statistik und eignet sich dank des ausführlichen Stichwortverzeichnisses ausgezeichnet als Nachschlagewerk.

Chr. Leuenberger, Fribourg