
Bücher und Computersoftware

U. Stambach. Die Zürcher Vorlesung von Issai Schur über Darstellungstheorie. 95 Seiten, SFr 30.00. ETH-Bibliothek, Zürich, 2004; ISBN 3-9093-8602-4. Erschienen im Rahmen der *Schriftenreihe der ETH-Bibliothek* zum Thema Wissenschaftsgeschichte.

Im Dezember 1935 wurde Issai Schur (1875–1941) vom damaligen Präsidenten des Schweizerischen Schulrates zu einigen Gastvorlesungen an der ETH über die Darstellungen endlicher Gruppen eingeladen. Eine Kopie des Briefes ist im Buch wiedergegeben, ebenso eine solche von der handgeschriebenen Zusage Schurs, eines Schülers von Frobenius. Die Einladung sollte ein Beitrag zur Hilfe sein: Heinz Hopf und George Pólya waren über die zwangsweise Entlassung Schurs in Berlin orientiert.

Die Vorlesung fand in mehreren Sitzungen im Februar 1936 statt. Eduard Stiefel (1909–1978), Assistent an der ETH, übernahm deren Ausarbeitung. Dabei fügte er eine längere Einleitung und eine grössere Anzahl von Aufgaben und Beispielen dazu. Es handelt sich historisch um das erste, ganz der Darstellungstheorie gewidmete Werk, wie C.W. Curtis in seinem Buch *Pioneers of Representation Theory* festgestellt hat. Sein Umfang beträgt 79 Seiten, Sonderzeichen und Klammern sind von Hand geschrieben, der Text mit der Schreibmaschine. Urs Stambach hat zwei Seiten des Originaltextes in seinem Buch wiedergegeben und eine vollständige Transkription des Werkes von Stiefel in \LaTeX geschaffen mit folgendem Inhalt:

Einleitung. Sie liefert die nötigen Grundlagen der Linearen Algebra (Matrizen und deren Eigenwerte, ähnliche Transformationen, Kroneckersche Matrizenmultiplikation) und der gruppentheoretischen Begriffe (Ähnlichkeitsklassen, Transformations- und Permutationsgruppen) für die Darstellungstheorie.

Kap. I. *Einführung in die grundlegenden Begriffsbildungen und Methoden der Darstellungstheorie.* Darstellung von Permutationsgruppen, Reduzibilität, Charaktere, Satz von Burnside mit Verallgemeinerungen, Lemma von Schur.

Kap. II. *Theorie der Darstellung endlicher Gruppen.* Volle Reduzibilität, reguläre Darstellung, Orthogonalitätsrelationen der Charaktere und der irreduziblen Darstellungen.

Kap. III. *Die Charaktere der endlichen Gruppen.* Hilfsmittel zu deren Konstruktion, Charaktere der symmetrischen Gruppen.

Anhang. *Hermitesche Darstellungen.*

Stambach bemerkt dazu: „Fast siebzig Jahre sind seit dem ersten Erscheinen des Textes verflossen, trotzdem hat er erstaunlicherweise kaum etwas von seiner Unmittelbarkeit und Frische eingebüsst“.

Das sorgfältig verfasste Buch beinhaltet zudem eine Biographie, genauere Angaben zur Entstehungsgeschichte, Bemerkungen zum Inhalt und je ein Portrait von Schur und Stiefel. Walter Ledermann, ein ehemaliger Schüler von Schur, schreibt im Vorwort, dass das Buch nicht nur ein Beitrag zur Geschichte, sondern auch zur Pädagogik der Mathematik ist. Ausserdem wird auf eine Biographie von Annette Vogt hingewiesen: *Issai Schur – als Wissenschaftler vertrieben*, Menora Jahrbuch für deutsch-jüdische Geschichte (1999), S. 217–235.

Die wissenschaftlichen Verdienste von Schur können kaum hoch genug eingeschätzt werden: Hermann Weyl (1885–1955) stützte sich in seinem – nota bene Schur gewidmeten – Buch *The Classical Groups* zur Entwicklung der Theorie der Kommutatoralgebra wiederholt und wesentlich auf das Schursche Lemma.

In modifizierter Form von Stiefel und mir in unserem Buch *Gruppentheoretische Methoden und ihre Anwendung*, Teubner (1979), als *Verallgemeinertes Schursches Lemma* formuliert, spielt die erwähnte Theorie in verschiedensten Anwendungsbereichen im Zusammenhang mit Symmetrie-Operatoren eine wesentliche Rolle. Beispiele sind Molekülschwingungen, Festkörperphysik, Elementarteilchenphysik, Quantenmechanik, Ingenieurwissenschaften. Die erweiterte englische Übersetzung *Group Theoretical Methods and Their Applications*, Birkhäuser, Boston (1992), enthält ausserdem Anwendungen aus der Statistik (von Persi Diaconis, Stanford University) und zum Thema Bifurkation (von Bodo Werner, Universität Hamburg). Die ersten Kapitel sind fast unverändert vom erwähnten zeitlosen Schurschen Stil geprägt.

Das *Verallgemeinerte Schursche Lemma* hat seinen Niederschlag auch in einer Reihe von Arbeiten um die Gruppe Eugene L. Allgower, Kurt Georg und Rick Miranda an der Colorado State University in Ft. Collins in den 90er Jahren gefunden, sowie an der Electricité de France durch Alain Bossavit in den 80er Jahren. Erwähnt sei auch das Buch *Symmetry Groups and Their Applications*, Academic Press (1972), von Williard Miller Jr., dem früheren Direktor des Institute for Mathematics and its Applications IMA an der University of Minnesota in Minneapolis.

In der Zeit von 1973 bis zu seinem Tod 1979 arbeitete Stiefel erneut auf dem Gebiet der angewandten Gruppentheorie. Als Folge davon entstanden nebst dem erwähnten Buch die Dissertationen von Sandro Pelloni, Hans-Ulrich Schwarzenbach, Heinz Ungricht, Alex Ringenbach – letztere wurde betreut von Prof. H. Brauchli – und mir, welche ebenfalls auf den Arbeiten von Schur beruhen.

Last not least ist das *Verallgemeinerte Lemma von Schur* auch im Buch *The Concise Handbook of Algebra* von Alexander V. Mikhalev und Günter F. Pilz (Hrsg.), Kluwer (2002), vertreten.

Albert Fässler, Biel

A.N. Langville, C.D. Meyer: PageRank and Beyond – The Science of Search Engine Rankings. 224 pages, sFr 68.50. Princeton University Press, 2006; ISBN 0-691-12202-4.

PageRank est le nom d'un algorithme d'analyse des liens hypertexte au sein d'un volume de documents. Cette analyse permet de calculer un score de popularité pour chaque document, qui sert surtout à ordonner les résultats d'une recherche d'information: les documents les plus importants sont ainsi présentés en premier. L'apparition de ces algorithmes, à la base du moteur de recherche Google, a marqué un tournant en recherche d'information.

Le livre de Langville et Meyer étudie l'algorithme PageRank (et des alternatives) en insistant notamment sur les aspects liés à l'algèbre linéaire et à l'analyse numérique.

Les trois premiers chapitres emmènent adroitement le lecteur depuis les bases en recherche d'information jusqu'aux idées maîtresses de l'analyse des liens. On y trouve:

- les étapes-clé de la recherche d'information à travers les âges;
- un aperçu des techniques classiques en recherche d'information;
- le fonctionnement général d'un moteur de recherche pour le Web;
- un énoncé informel du principe PageRank: *une page Web est importante si elle est pointée par d'autres pages importantes.*

Le chapitre 4 est le centre de l'ouvrage. On y montre comment transformer une ébauche de l'algorithme PageRank pour obtenir une formule possédant les propriétés désirées:

$$\pi^T = \pi^T (\alpha S + (1 - \alpha)E).$$

Cette équation centrale est d'une étonnante simplicité et son interprétation est expliquée de manière tout à fait intuitive.

Une fois la formule PageRank établie, les chapitres suivants invitent le lecteur à approfondir les connaissances dans plusieurs directions:

- comportement de l'algorithme: rôle de chaque paramètre, étude de sensibilité ...
- difficultés d'implémentation avec une masse de données gigantesque: dualité entre système linéaire et recherche des vecteurs propres, méthodes de calcul, critère de convergence, problèmes de stockage, mise à jour incrémentale des scores ...
- variantes de PageRank et autres algorithmes (en particulier HITS);
- perspectives pour le futur des moteurs de recherche: spamming, personnalisation, censure ...

L'ouvrage aborde le sujet clairement du point de vue mathématique. Pour éviter le piège d'un traité trop technique (ce serait dommage avec un sujet si passionnant), les auteurs ont choisi plusieurs moyens qui aèrent le discours:

- les techniques sont appliquées sur de petits exemples, ce qui facilite la compréhension par le lecteur non spécialiste;
- les algorithmes principaux sont illustrés par le codage d'un prototype en Matlab, qui invite à expérimenter soi-même;
- les définitions et théories mathématiques manipulées tout au long du discours sont regroupées dans un chapitre d'une cinquantaine de pages à la fin du livre;
- une trentaine d'encadrés sont intercalés au fil des pages; ces éléments, qu'on peut voir comme des pauses, apportent des éclairages divers et intéressants sur le sujet (anecdotes historiques, renvois vers la littérature, fonctionnalités méconnues des moteurs de recherche, aspects politiques ou économiques, science-fiction ...).

L'ouvrage est ainsi très agréable à lire. L'un des objectifs annoncés des auteurs est de montrer comment l'analyse de cette application particulière (et très motivante) pouvait servir de fil conducteur pour étudier toute une panoplie de matière en algèbre linéaire. Sur ce point, l'ouvrage est à mon avis une réussite totale. J'ai eu l'agréable surprise de constater que cet algorithme, reconnu comme une invention déterminante en recherche d'information, peut être abordé avec un bagage scientifique limité. Toute une série de questions apparaissent naturellement, donnant envie d'approfondir ses connaissances mathématiques.

C'est ainsi qu'à travers la lecture de ce livre, on (re)découvre avec un éclairage nouveau les propriétés des matrices (réductible, primitive ...), les vecteurs propres, les chaînes de Markov, la connectivité des graphes, etc. Et même si je suis bien loin de maîtriser des résultats comme la théorie de Perron-Frobenius, je me suis surpris à partager l'enthousiasme des auteurs quant à la "beauté" de cette matière nouvelle pour moi. Un enseignant en algèbre linéaire trouvera sans doute dans ce livre des pistes pour susciter l'intérêt chez les étudiants, tout en appréciant la rigueur du contenu technique.

Les contributions présentées sont pas forcément originales, dans le sens où de nombreux travaux ont été consacrés au sujet, et on peut en trouver les résultats par d'autres canaux. Toutefois, l'ouvrage répond à un besoin de synthèse et de rassemblement des différentes pièces, ce qui apporte une réelle valeur ajoutée.

Frédéric Bapst, Fribourg