Elem. Math. 65 (2010) 43 – 44
0013-6018/10/010043-2
DOI 10.4171/EM/138

Elemente der Mathematik

Bücher und Computersoftware

A. Bonato: A Course on the Web Graph. xi+184 pages, \$ 45.–. American Mathematical Society, Graduate Studies in Mathematics, Volume 89, 2008; ISBN 978-0-8218-4467-0.

It is natural to consider the web network as a graph whose vertices represent web pages and whose edges are the links between them. It is not only of interest from a theoretical point of view, but it is also extremely useful in the computation of the various scores of pages for searching the web. Many difficulties occur when one tries to model such a real world graph: its size (more than fifty billion pages), of course, but the fact that the number of its vertices and edges change at any time. Thus one may ask whether good models exist and whether they help in the search for information. The aim of A. Bonato's book is to present detailed answers to these issues.

The web graph W has the following key properties: it is

– *sparse*, which means that the average degree of W is small compared to the number of its vertices;

– a *power law network*, that is, there exists a constant $\beta \approx 2$ such that,

$$\frac{N_k(W)}{t} \sim k^{-\beta}$$

where $N_k(W)$ denotes the number of vertices of degree k and t denotes the number of vertices (i.e., the number of pages) in W;

– a *small world*: the average distance in W behaves roughly as $\log\log(t)$.

The main part of the book is devoted to the description of various models of W based on random graphs: as the various pages and their links vary in time, it is reasonable to model W by means of the so-called *on-line web graph models* which are sequences of graphs $(G_t)_{t\in\mathbb{N}}$ such that

(1) G_0 is a fixed initial graph H;

(2) G_t is an induced subgraph of G_{t+1};

(3) the number of vertices $|V(G_{t+1})|$ of G_{t+1} is equal to $|V(G_t)| + 1$;

(4) the new vertex in G_{t+1} is connected to some vertices of G_t by means of probability laws that depend on the chosen model.

In particular, emphasis is put on *preferential attachment models* for which some asymptotic formulas for the constant β above can be derived rigorously: the probability of an edge between the new vertex v_{t+1} and an existing vertex w increases with the degree of w in G_t: it seems to be a rather realistic model based on the slogan *the rich get richer*!

The study of models for W is certainly motivated by efficient search engines, and it is expected that a book such as A. Bonato's contains at least one chapter devoted to the presentation of ranking algorithms. In fact, three search engines are briefly described: Brin and Page's famous *PageRank* used by *Google*, *HITS* algorithm, one of the first ranking algorithm introduced by Jon Kleinberg, and *SALSA*, proposed by Lempel and Moran in order to avoid certain problems reported with *HITS*. That chapter could have been quite longer, and the algorithms deserved to be presented in significantly more detail.

In my opinion, the book is too short because the subject is important enough to deserve more detail in the various models of W, and more examples of the various notions presented. In fact, the reason why I wished to read and review the above mentioned book is that I considered it as a potential interesting complement to A. Langville and C. Meyer's "Google's PageRank and Beyond" which was reviewed by F. Bapst in *Elem. Math.* 62 (2007), 131–132. I found the latter much more complete, interesting and better written than the former.

Paul Jolissaint, Porrentruy

P. Kügler, W. Windsteiger: Algorithmische Methoden. Zahlen, Vektoren, Polynome. 160 Seiten, SFr 33.–. Birkhäuser Verlag, Basel, 2009; ISBN 978-3-7643-8434-0.

Wer Mathematik studieren will, soll im ersten Semester Grundlegendes und Grundsätzliches lernen und die Beschränkungen der Schulmathematik bald hinter sich lassen. Dazu eignen sich eine Einführung in die Lineare Algebra und eine Analysisvorlesung. Der Stil solcher Veranstaltungen ist notorisch: Definition – Satz – Beweis – Korollar. Die Inhalte scheinen weitgehend kanonisiert: Ein systematischer Aufbau $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$ der Zahlen ist notwendig, wenn anschliessend die Grundlagen der Analysis mit Beweisen abgesichert werden sollen.

Der vorliegende Text verlässt diese ausgetretenen Pfade. Er bereitet die Grundlagen für eine algorithmisch orientierte Mathematik. Anhand der jeweils einfachsten nichttrivialen Probleme kommt der Text rasch zur Sache. Was sind Algorithmen? Wie unterscheiden sich symbolisches und numerisches Rechnen? Worin unterscheiden sich iterative und rekursive Algorithmen? Was ist die Kondition eines Problems? Rundungsfehler, Fehlerfortpflanzung, Datenfehler, Modellfehler (Diskretisierungsfehler). Welches sind die wichtigsten Eigenschaften von Algorithmen? Korrektheit, Stabilität, Komplexität. Alle Begriffe werden mit einleuchtenden Beispielen unterlegt, die in einer gängigen Programmiersprache (z.B. *Matlab* oder *Mathematica*) realisierbar sind und in Pseudocode mitgeteilt werden.

Wie sind Zahlen, ihre Darstellung, ihre arithmetischen Operationen im Computer realisiert? Und wie verhalten sich diese Realisierungen verglichen mit den abstrakt definierten Vorbildern? Der Text geht sehr gründlich auf diese Fragen ein. Es ist wesentlich, vor dem Einsatz eines leistungsfähigen Numerikprogrammes sich darüber Rechenschaft abzulegen, was der Unterschied ist zwischen den endlich vielen Dezimalzahlen, die in der Numerik zur Verfügung stehen und der Menge $\mathbb{R}$, die benötigt wird, um die Sätze der Analysis zu beweisen.

Ein Kunststück wird mit dem Kapitel *Vektoren* vorgeführt. Auf 16 Seiten werden die Vektoroperationen bis und mit Skalarprodukt und Orthogonalisierung nach Gram-Schmidt eingeführt. In der Regel sind schon Grundaufgaben der Vektorgeometrie in $\mathbb{R}^n$ von numerischen Problemen geplagt. Die algorithmische Behandlung geht sowohl auf die Komplexität wie auch auf die Kondition der Verfahren ein.

Polynome und Polynomfunktionen werden zum Schluss behandelt. Dabei lassen sich Vektorraumstruktur und Ringstruktur verbinden, aber auch Algorithmik mit Algebra und Analysis. Dieses Kapitel zeigt besonders eindrücklich die Vorteile eines abstrakten Aufbaus verbunden mit einer algorithmischen Behandlung der Grundaufgaben.

Dieser Text verbreitet Ideen, die man leicht an die Universität Linz zurückverfolgen kann, wo die Autoren tätig sind. Wer zu Traditionen aus der Zeit, als mit Papier und Bleistift Mathematik gemacht werden musste, Alternativen sucht, wird diesen Text mit Gewinn studieren. Dieses Vorbild überzeugt im heutigen Umfeld inhaltlich und didaktisch durch tragfähige Konzepte. Nebenwirkungen auf Ihren Unterricht sind dabei nicht auszuschliessen.

H.R. Schneebeli, Wettingen

Typesetting & Layout: *mathScreen online, CH-4123 Allschwil*