
Bücher und Computersoftware

C. Weber: Mathematische Vorstellungsübungen im Unterricht. Ein Handbuch für das Gymnasium. 255 Seiten, CHF 37.90. Klett Kallmeyer, Seelze 2010; ISBN 978-3-7800-1047-6.

„Mathematische Vorstellungsübungen“? Das klingt nach einem Würfel im Kopf, der etliche Male gedreht und gekippt wird, hört sich an nach dem Versuch, die oberste Augenzahl dabei mental präsent zu halten. Auch wenn es diese Überschneidung mit derartigen *kopfgeometrischen* Unterrichtsaktivitäten gibt, der Anspruch des hier vorgestellten Konzepts mathematischer Vorstellungsübungen ist weitgehender: Mathematische Vorstellungsübungen werden zwar als kopfmathematische, vorstellungsbasierte Aufgaben entwickelt, sie werden jedoch eingebettet in einen Kontext realer Gegenstände und Tätigkeiten und regen an, diesen gedanklich zu erkunden und in fachbezogener Hinsicht weiter zu entwickeln. Insofern sprengen die *Mathematischen Vorstellungsübungen* den engen Rahmen eines trainingsgesteuerten „Gehirnjoggings“. Stattdessen setzen sie direkt an den individuellen Denkprodukten der Schülerinnen und Schüler an, greifen sie auf und machen sie einer Bearbeitung zugänglich.

Das Buch ist in zwei Teile gegliedert: einen, wenn man so will, *Theorieteil* (ca. 50 S.) und einen *Praxisteil* (ca. 180 S.). Im Theorieteil stellt der Autor das von ihm entwickelte Unterrichtsinstrument vor, skizziert dessen lernpsychologischen und fachdidaktischen Hintergrund, erläutert zwei Hauptvarianten für die Durchführung der Vorstellungsübungen und diskutiert auch Schwierigkeiten, die sich im Verlauf der Übungen einstellen können. Den Theorieteil rundet ein Abschnitt ab, der Leitideen und Kriterien präsentiert, wie eigene Vorstellungsübungen entwickelt werden können.

Der Praxisteil besteht aus einer umfangreichen, sorgfältig aufbereiteten und kommentierten Beispielsammlung von Vorstellungsübungen, die der Autor über viele Jahre entwickelt und im eigenen Unterricht erprobt hat. Jede Übung will bestimmte *heuristische Prozesse* anregen, sei es das *Verfügbarmachen und Erkunden*, das *Experimentieren und Vermuten*, das *plausible Schliessen* oder das *Hinterfragen*. Demzufolge ist die Übungssammlung untergliedert in Vorstellungsübungen vom Typ *Aufbau*, *Problemlösen*, *Begründung* und *Paradoxon*. So ist beispielsweise die gedanklich zugänglich gemachte Konstruktion eines Ikosaeders in Form zweier „Schalen“ mit fünfzackigen Kränzen eine Übung vom Typ *Aufbau*, während wiederholte Handlungen an einer vorgestellten Zündholzkette im algebraischen Anfangsunterricht zur Einsicht verhelfen, dass Terme verschieden, aber gleichwertig sein können (Typ *Problemlösen*). Eine – auch sensorisch reizvolle – Übung, in der man im Geiste auf einer Wiese ein grosses Stoffdreieck mit ausgebreiteten Armen abschreitet, führt einen zum Ausgangspunkt zurück, jedoch mit um 180° gekehrter Blickrichtung, und begründet so präformal die Winkelsumme im Dreieck. Vorstellungsübungen vom Typ *Paradoxon* sind weniger zahlreich vertreten, wohl auch, weil die Anforderungen sich hier kumulieren; gilt es doch, eine als widersprüchlich empfundene Situation zu bereinigen, dabei aber auf äussere Hilfsmittel zu verzichten.

Man könnte meinen, *Mathematische Vorstellungsübungen* seien naturgemäss auf geometrische Inhalte beschränkt, das ist aber nicht der Fall. Das Buch enthält auch arithmetische und algebraische Übungen, insofern diese einer Visualisierung, einer geometrischen Umsetzung oder Veranschaulichung zugänglich sind. Nach meiner persönlichen Einschätzung erfüllt das Buch auch seinen Zweck nicht so sehr in einer möglichst passgenauen Anlage zum jeweiligen Curriculum, sondern in seiner gewissenhaften Art, in der es, etwa zu Beginn einer Lektion, zur *Sammlung und Konzentration auf einen mathematischen Inhalt* anleitet. Und darum geht es vor allem in diesem Buch. Deutlich wird das in den mannigfachen fachlichen Bezügen, die zu jeder Vorstellungsübung gegeben werden. Eben hatte man noch gedanklich die rechtwinklige Ecke eines Geodreiecks zwischen zwei Nägeln

rutschen lassen und den Thaleskreis als inneres Bild rekonstruiert, da taucht in den Anschlussfragen das Problem auf, wie sich dabei die Ecken der Basiswinkel bewegen. Die Beziehungshaltigkeit der im Zentrum der Vorstellungsübung stehenden Inhalte wird ernst genommen, manchmal sogar in einem Masse, dass man kritisch fragen möchte, ob hier der Bogen nicht überspannt werde. Etwa dann, wenn beispielsweise bei den Zündholzketten (Terme erfassen und vergleichen) auch der Hinweis auf die Eulersche Formel für ebene Netze nicht fehlen darf.

Für wen eignet sich das Buch? Für jede Lehrperson, die auf der Sekundarstufe I oder II unterrichtet und die

- daran interessiert ist, wie Ihre Schülerinnen und Schüler mathematisch denken;
- den individuellen Aufbau tragfähiger und produktiver Vorstellungen unterstützen möchte;
- in ihrem Unterricht regelmässig Konzentrations- und Sammlungspunkte verankern will, ohne dabei auf fachliche Bezüge verzichten zu wollen;
- an zeitgemässen fachdidaktischen Entwicklungen interessiert ist.

Abschliessend ist hervorzuheben, dass das Buch in einer sehr klaren, knappen Sprache geschrieben ist. Ermutigend, stärkend.

R. Hölzl, Luzern