
Rezensionen

S.P. Gordon, F.S. Gordon: Functions, Data, and Models. An Applied Approach to College Algebra. 492 Seiten, ca. \$ 58,-. Math. Assoc. of America, 2010; ISBN 978-0-88385-767-0.

Dieser Text setzt neue Akzente. Anlass sind neuere Hilfsmittel: Tabellenkalkulation mit Grafik und Statistikfunktionen, Grafikrechner oder CAS. Neue Technologie verändert die Anforderungen in vielen Berufsfeldern: Daten sind allgegenwärtig, sie werden automatisiert bearbeitet. Statistik ist die zentrale mathematische Disziplin geworden, die als Voraussetzung zum Einstieg in die meisten Studiengebiete anerkannt, sinnvoll und erforderlich ist.

Damit wird die bisher unangefochtene Rolle der Analysis (*calculus*) in Frage gestellt. Die zentralen Begriffe Daten, Funktionen, Modelle sind die Eckpfeiler dieses neuartigen Lehrmittels. Wie entstehen Funktionen aus Daten? Warum sind Funktionen für Modelle wesentlich, und warum erscheinen die Originaldaten nicht unmittelbar in den Modellen?

Ausführlich wird die Transformation von Daten und Informationen mit statistischen Verfahren erklärt. Nebenbei werden die benötigte Algebra und die elementare Funktionenlehre entwickelt und eingebettet. Dieses Vorgehen sichert einen engen Anwendungsbezug und liefert ausgezeichnete Motivationen. Wichtig ist aber auch die Rolle der verwendeten Technologie. Statistikfunktionen, Funktionenplotter, Gleichungslöser werden umfassend eingesetzt. Die zugrunde liegende Algebra wird anhand einfacher Beispiele entwickelt. Es fällt auf, dass sehr viele Beispiele und Übungen auf echten Daten beruhen. Die Mathematik wird also anwendungsbezogen behandelt, im Gegensatz zu traditionelleren Texten, die den Beschränkungen der „Mathematik mit Papier und Bleistift“ unterworfen sind. Die Grafikfähigkeit der Rechner wird extensiv genutzt. Damit tritt neben die digitale Sicht der Daten eine geometrische, analoge Darstellung, die oft den unmittelbaren Zugang zu Einsichten erlaubt.

Die kleinschrittige Didaktik bringt es mit sich, dass sich der Text über fast 500 Seiten erstreckt. Der Text erinnert oft an das wörtliche Transskript von Musterlektionen, die von Statistikdozenten an einem US-College erteilt werden. Die starken Seiten finden sich denn auch in der Behandlung der Statistik, während bei Themen aus der Algebra Defizite erkennbar werden: Ich habe eine tragfähige Begriffsbildung überall dort vermisst, wo eine algebraische Methode zwar in angemessenen Schritten, aber ohne die tragenden allgemeinen Begriffe vorgemacht wird. So fehlt der Begriff von äquivalenten Gleichungen oder von Äquivalenzumformungen. Bei der Definition von Symbolen, wie etwa $\sqrt{-1}$, wird die Existenzfrage auf eine Notationsfrage reduziert.

Ich erachte diesen Text dennoch als bemerkenswert, weil er einen Weg aufzeigt, *vor* der Behandlung der Analysis einen auf Statistik abgestützten angewandten Mathematikunterricht zu bieten, der dank Technologieinsatz ein anschauliches Fundament für eine nachfolgende Einführung in die Analysis legt, zugleich aber auch jene Statistik- und Informatikanwendungen abdeckt, die in Fächern vorkommen, welche experimentell vorgehen (Biologie, Chemie, Physik) oder anderweitig mit Daten arbeiten (Geschichte, Geografie, Wirtschaftskunde). Wer sich um die Weiterentwicklung der gymnasialen Mathematik kümmert, sollte diesen Text und seine Botschaft genau studieren, ohne sich an den zweitrangigen Kritikpunkten aufzuhalten. Diese Kritik darf in einer Rezension nicht übergangen werden, aber sie ist unbedeutend gegenüber der grossen Leistung, die hier vollbracht wurde, indem ausgetretene Pfade verlassen und neue, attraktive Alternativen vorgeführt wurden.

Zwar mag heute einigen bei Studienbeginn eine Basis in Analysis fehlen, aber ein unentwickeltes Verständnis im Umgang mit Daten oder allgemeiner mit Statistik und Informatik trifft auf fast alle Absolventen von Gymnasien zu. Gordon und Gordon zeigen, wie dieser allgemeine Missstand zu beheben wäre.

H.R. Schneebeli, Wettingen

G. Strang: Wissenschaftliches Rechnen (übers. von M. Krieger-Hauwede und K. Lippert). 830 Seiten, sFr. 60.–. Springer-Verlag, 2010; ISBN 978-3-540-78495-1.

Dies ist ein monumentales Werk. Es enthält Wissen und Erfahrungen eines Numerikers, der über die Auswirkungen der Computerrevolution in der Angewandten Mathematik, speziell in der Ingenieurmathematik, nachgedacht hat und der selber die Mutationen dieser traditionellen Gebiete zum modernen *wissenschaftlichen Rechnen* durch seine Forschung und Lehre aktiv und sehr erfolgreich mitgestaltet hat. Das vorliegende Werk könnte als Gesamtschau auf seine akademische Lehre aus heutiger Sicht betrachtet werden. In der Wirkungszeit des Autors hat ein Phasenübergang stattgefunden zwischen traditioneller Ingenieurmathematik mit Wurzeln im 18. und 19. Jahrhundert und computergestütztem wissenschaftlichem Rechnen. Es ist von grösstem Interesse, zu sehen, welche der traditionellen Ideen und Fragestellungen nach wie vor zentral sind und was dank dem Computer neu hinzugekommen ist und heute unverzichtbar zur Ingenieurmathematik gehört. Als Kennzeichen dieser Neuorientierung stehen eine algorithmisch ausgerichtete, computerunterstützte lineare Algebra, in deren Zentrum Matrixfaktorisierungen stehen, und die schnelle Fouriertransformation und deren Weiterentwicklungen. Die traditionelle Kontinuumsmathematik wird durch Linearisierung, Diskretisierung, Dimensionsreduktion und die Beschränkung auf konstante Koeffizienten so transformiert, dass neue Formulierungen, Sichtweisen und Zugänge erschlossen werden. Wesentlich – gerade auch aus didaktischen Überlegungen – ist die Unterstützung durch ein Numerikprogramm. Im vorliegenden Falle ist es MATLAB.

Auch die zentralen Themen traditioneller Mathematikurse für Ingenieure fehlen keineswegs, sie sind neu eingebettet in den algorithmischen Zugang: spezielle Funktionen, Laplacegleichung, Konvektions- und Diffusionsgleichung, Wellengleichung, Anfangs- und Randwertprobleme, Fouriertransformation, Laplacetransformation und z -Transformation, Burgers Gleichung, Strömungsdynamik und Navier-Stokes-Gleichungen, Finanzmathematik und Brownsche Bewegung. Vielfalt und angemessene Tiefe sind beeindruckend. *Engineering* ist in einem weiten Sinn zu verstehen, der auch *financial engineering* umfassen kann.

Strang muss ein phantastischer Lehrer sein, der genau weiss, wie viel mathematische Strenge für die Ingenieurausbildung nötig ist und wo didaktische Kompromisse positive Auswirkungen auf das Mathematikverständnis und auf die Mathematiknutzer haben werden. Ich denke etwa an die unverkrampfte Verwendung von Distributionen, die in den Ingenieurdisziplinen mit Vorteil gebraucht werden. Ferner sind die mathematischen Konzepte in den Ingenieurwendungen eingebettet: Matrizen treten zunächst in wenigen typischen Mustern auf, wie sie bei Berechnungen in der Statik oder für finite Differenzen benutzt werden. Aber das ist bloss der Anfang. Die Kernthemen der komplexen Analysis haben überlebt. Daneben stehen numerische Verfahren wie die Wavelet-Transformationen oder die Methode der finiten Elemente. Neben der klassischen Methode der kleinsten Quadrate stehen Kalman-Filter. Man kann übrigens Strangs Vorlesungen zu Themen aus diesem Buch auf Video verfolgen unter <http://ocw.mit.edu>.

Der grosse Umfang des Textes und Reichtum an Ideen erlaubt kaum eine angemessene kurze Besprechung. Wer Strangs frühere Texte kennt, wird bemerken, dass sein Buch *Introduction to Applied Mathematics* von 1986 schon wesentliche Teile dieses neuen Textes vorzeichnet. Damals wurde allerdings erst LINPACK eingesetzt.

Es gibt einen Wermutstropfen, der nur die vorliegende Übersetzung betrifft. Es sind zu viele Druckfehler durchgegangen. Offenbar wurde kein Korrekturprogramm eingesetzt. An gewisse Sprechweisen der Übersetzerin musste ich mich erst gewöhnen. Sie übersetzt z.B. „slope“ mit „Anstieg“, was mich zuerst etwas verunsicherte, weil ich einen subtilen Unterschied zwischen „Steigung“ und „Anstieg“ erwartete, den ich aber nicht vorfand. Ich habe mir auch das amerikanische Original besorgt und war mit ihm rundum zufrieden. In der Übersetzung scheinen die Formeln mit *cut and paste* aus dem Original übernommen worden zu sein.

Der in jeder Hinsicht hervorragende Text von Strang wird für lange Zeit eine Standardreferenz in der Literatur zur Ausbildung im wissenschaftlichen Rechnen sein. Es gibt viele gute Gründe, ihn zu besitzen. Das gilt noch mehr für das Original als für die deutsche Übersetzung.

H.R. Schneebeli, Wettingen

I.G. Hughes, T.P.A. Hase: Measurements and Their Uncertainties. A Practical Guide to Modern Error Analysis. 136 Seiten, ca. CHF 25.–. Oxford University Press, Oxford, New York 2010; ISBN 978-0-19-956633-4.

Für experimentelle Wissenschaften ist der Umgang mit Messungen und Messdaten essenziell, auch – oder gerade – im Unterricht mit Anfängern, sei es in einem Praktikum, einem Laborkurs, in der Informatik bei Monte-Carlo-Simulationen oder in Maturaarbeiten.

Wer in diesem Zusammenhang einen kurzen Referenztext sucht, der einen modernen Standpunkt einnimmt, sich auf Wesentliches beschränkt, die Bedürfnisse und Arbeitsbedingungen der Praktiker realistisch einschätzt und daher auch mal mit Faustregeln arbeitet, wird mit diesem Text mehr als zufrieden sein.

Was könnte überzeugender sein als folgende Hinweise zur Entstehung des Textes? An der University of Durham wird ein Kurs *Discovery Skills* angeboten, der sich an Studierende richtet, bevor sie ihre Laborarbeiten im Studium als Naturwissenschaftler oder in den technischen Wissenschaften beginnen. Es werden keine statistischen Vorkenntnisse angenommen. Im Gegensatz zu traditionellen Darstellungen wird davon Gebrauch gemacht, dass in vielen Versuchen heute die Messdaten von Computern erfasst werden, auf denen auch Dienstprogramme wie Tabellenkalkulation oder grafische Darstellungen verfügbar sind. Der Computereinsatz reduziert den Bedarf an formellen oder technischen Analysiskenntnissen im Vergleich zu traditionellen Behandlungen. So wird für die Fehlerrechnung nicht mehr die Linearisierung einer Funktion $f(x)$ benutzt, sondern man nutzt die in dem Rechner implementierte Funktion f selbst und berechnet $|f(\bar{x} + \sigma) - f(\bar{x})|$ als Näherung für die zu erwartende Auswirkung eines Messfehlers der typischen Grösse σ in der Nähe des Mittelwertes \bar{x} einer Reihe von Messdaten, die mit der Funktion f weiter verarbeitet werden. Diese Art der Fehlerrechnung ist auch im Gymnasium realistisch, sogar wenn anstelle eines PCs oder Laptops nur ein Taschenrechner vorhanden ist, der mit Listen statistische Auswertungen vornehmen kann und dessen Funktionen auf Listen anwendbar sind.

Datenanalyse ohne Computer ist für die heutige Schule ein unangemessenes, perspektivenloses Unterfangen, weil die für die Statistik hinreichend grossen Datenmengen sich gar nie behandeln lassen. Hughes und Hase zeigen einen sehr gut durchdachten Weg, um den Computer in der Fehleranalyse und der Fehlerrechnung einzusetzen. Dank des Computers rücken auch das Testen von Hypothesen und das Anpassen von Funktionen mit Regressionsmodellen in die Reichweite der Schulpraxis. Warum ist es klug, nach Möglichkeiten zu suchen, Datensätze als Punkte, die sich längs einer Geraden verteilen, aufzeichnen zu lassen? Fähigkeiten unseres Auges unterstützen uns in der Mustererkennung. Sie ist hilfreich bei einer Einführung in Parameterschätzung und einfache nichtlineare Regressionsmodelle. Die Rolle von geeigneten Abstraktionen und Vereinfachungen wird klar hervorgehoben. Das ist bei der Datenauswertung mit dem Computer ein wichtiger Punkt, weil das potente Hilfsmittel dazu verführt, mehr zu rechnen, als sinnvoll oder nötig ist.

Ausführlich wird auch auf die Darstellung von Messdaten in Laborberichten eingegangen. Dabei werden natürlich Grafiken mit entsprechenden Programmen erzeugt. Aber wie sollen die Grafiken beschriftet werden? Welche Elemente müssen zusätzlich in die Grafik eingezeichnet werden, damit aus dem Datensatz beim Betrachten die wesentliche Botschaft hervortritt?

Für einen Grundkurs im Umgang mit Daten ist es nicht zwingend, auf die formale Behandlung der χ^2 -Statistik, die von den Autoren benutzt wird, einzugehen. Manche Ideen lassen sich im ersten Durchgang weniger formal anhand von Grafiken, zum Beispiel mit Histogrammen, vermitteln.

Der Text ist hervorragend gestaltet mit gut durchdachten Randspalten, die oft einfache aber erhellende Grafiken oder zusammenfassende Kommentare und Stichworte enthalten. Für einmal ist „der Rand breit genug, um alles Nötige zu sagen“.

Ich empfehle dieses Buch sehr als Anregung für alle, die im Unterricht mit experimentellen Daten arbeiten und Schüler auf den Umgang mit Daten und statistischen Methoden vorbereiten wollen.

H.R. Schneebeli, Wettingen