
Rezensionen

P. Kügler, W. Windsteiger: Algorithmische Methoden. Band 2: Funktionen, Matrizen, Multivariate Polynome. 160 Seiten, € 18.90. Springer, Basel, 2012. ISBN 978-3-7643-8515-6.

Die Autoren haben 2009 mit Band 1 gezeigt, wie eine Einführungsvorlesung Mathematik mit algorithmischem Fokus für das erste Studiensemester an der Hochschule aussehen kann. Nun liegt eine Fortsetzung für das zweite Semester vor. Sie umfasst Themen, die sonst unter Analysis, Linearer Algebra oder Algebra angeboten werden. Durchwegs dominiert ein konstruktivistischer Ansatz mit algorithmischer oder numerischer Ausrichtung und unterstützt durch den Einsatz wissenschaftlicher Software (z.B. Mathematica[®] oder Matlab[®]).

Die Hauptabschnitte behandeln die folgenden Themen:

- reellwertige Funktionen, Gleichungen, Ableitungen, Integrale;
- Matrizen über \mathbb{R} und Operationen der numerischen linearen Algebra auf Matrizen;
- multivariate Polynome, speziell den Buchbergeralgorithmus, Gröbnerbasen und polynomiale Gleichungssysteme;
- Funktionen $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$, speziell nichtlineare Gleichungssysteme und nichtlineare Ausgleichsprobleme.

Die klassischen Definitionen von Ableitung und Riemann-Integral werden auf wenigen Seiten behandelt. Dafür wird der Darstellung von Funktionen am Computer viel Platz eingeräumt. Es wird gezeigt, wie algorithmisches Differenzieren funktioniert, wie numerische Ableitungen gewonnen werden können. Beispiele zum numerischen Integrieren folgen. Zu nichtlinearen Gleichungen werden numerische Näherungsmethoden bereitgestellt und ihre Eigenschaften diskutiert.

Analog ist das Vorgehen in den anderen Kapiteln: Zu Matrizen werden Operationen bereitgestellt, um Matrizen im Computer effizient darzustellen und lineare Gleichungssysteme und lineare Ausgleichsprobleme zeitgemäss zu handhaben: Matrixfaktorisierungen, LR-Zerlegung, QR-Zerlegung, Verfahren von Gauss, Seidel, Jacobi, Cholesky mögen als Stichworte genügen. Wichtig ist, dass zu jeder Methode eine Fehleranalyse gemacht und ein Algorithmus in Pseudocode notiert wird.

Das Kapitel über multivariate Polynome und algebraische Gleichungen zeichnet sich aus durch die Behandlung des Buchbergeralgorithmus zur Herstellung von Gröbnerbasen. Dieser Algorithmus wurde 1965 entwickelt. Er hat sich seither in zahlreichen wichtigen Anwendungen bewährt. Darum gehört er nun zum Rüstzeug in der Algorithmik und in vielen praktischen Anwendungen.

Mehrdimensionale Analysis rundet den Kurs ab. Sie beschränkt sich im wesentlichen auf den Begriff der Ableitung von Funktionen $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$. Die Stichworte partielle Ableitung, Gradient, Jacobimatrix mögen genügen. Wieder werden Gleichungen und numerische Näherungsverfahren untersucht, nun für Systeme der Art $F(x) = 0$. Die Vektoranalysis mit Vektorfeldern und den Integralsätzen wird nicht besprochen.

Der Text wird ergänzt durch gut gewählte Übungsaufgaben, wobei sehr oft mit einem Mathematik- oder einem Numerikprogramm gearbeitet werden muss. Der kompakte Schreibstil der Autoren erfordert Aufmerksamkeit und Konzentration. Kurz, wer aus diesem Text den grössten Nutzen ziehen will, muss hart arbeiten. Ein Detail: Im Literaturverzeichnis wird unter [13] F. Henrici genannt, das ist eine Verwechslung, denn der Autor des Textes heisst F. Tisseur.

Wenn Sie sich mit der Frage befassen, welche Anforderungen in den Anfangssemestern einer Hochschule an die Studierenden gestellt werden und wie sich der Mathematikunterricht im 21. Jahrhundert weiter entwickeln muss, dann finden Sie in diesem Text viele nützliche Wegweiser, und Sie werden verstehen, warum Papier und Bleistift nicht genügen, um den Zugang zur lebendigen und zeitgenössischen Mathematik und ihren Anwendungen in bloss zwei Semestern zu erlangen.

H.R. Schneebeli, Wettingen