
Rezensionen

Zwei Neuerscheinungen zum Thema Symmetrie

Die beiden hier besprochenen Texte befassen sich mit demselben Thema: Symmetrie. Ein Thema, zwei Standpunkte, zwei verschiedene Ziele in der Wissensvermittlung. *Ian Stewart* lädt ein zu einer Besichtigungstour. Eine mathematische Traumlandschaft wird unter seiner Führung gleichsam im Heissluftballon überflogen und erkundet, ohne dass die Erde je betreten wird. Diese Reise bietet grandiose Impressionen, Überblicke, Faktenwissen und Zusammenhänge. *Hans Walser* organisiert vergleichsweise eine Schulreise als Wanderung. Die Klasse erkundet das mathematische Wunderland der Symmetrie, soweit es die eigenen Kräfte zulassen. Er vermittelt auf gymnasialer Stufe Gelegenheiten, mathematische Erfahrungen mit einem anschauungsnahen Symmetriebegriff zu sammeln und mathematische Kompetenz zu erwerben und zu vertiefen.

Für Lehrkräfte ist es lohnend, sich mit beiden Texten auseinanderzusetzen, denn beide Autoren sind grosse Köpfe, die viel zu bieten haben, jeder auf seine Art.

I. Stewart: *Symmetry, A Very Short Introduction*. 144 Seiten, £8.00. Oxford University Press, 2013. ISBN 978-0-19-965198-6.

Oxford University Press bietet einer interessierten Öffentlichkeit mit der Buchreihe *A Very Short Introduction* anregende Einladungen zur Beschäftigung mit verschiedensten Themen aus den Wissenschaften. Ian Stewart ist als Mathematiker und über die Fachkreise hinaus auch wegen seiner kommunikativen Sonderbegabung bekannt. Im vorliegenden Text wird er diesem Ruf gerecht. Er hat die Fähigkeit, so zu schreiben, dass ausgebildete Mathematiker die mathematisch wesentlichen Charakteristiken der behandelten Themen ohne formalen Ballast in grossen Zügen wiedererkennen, während mathematisch weniger erfahrene Leser sehr geschickt an die Mathematik herangeführt werden in einer Weise, dass sie vieles in Umrissen erahnen und einiges wirklich einsehen können. Wenn Sie eine Schülerin entdecken, die vielleicht Mathematik studieren will, schenken Sie ihr dieses Büchlein. Sie wird wohl nicht ganz alles begreifen, aber sie wird neugierig werden, und Stewart wird sie nie vor den Kopf stossen. Wenn Sie sich selbst über Symmetrie aus mathematischer Sicht informieren wollen, so werden Sie diesen Text geniessen können: sprachlich, mathematisch und inhaltlich – und Sie werden feststellen, dass dies kein Text ist für immersiven Mathematikunterricht im Gymnasium.

Symmetrie als sinnlich erfahrbare Phänomen ist der Ausgangspunkt. In der Analyse von Beispielen steuert Stewart zielstrebig auf die algebraische Struktur im Hintergrund zu. Er zeigt, wie die mathematische Struktur von Gruppen und Symmetrien sich gegenseitig bedingen. Gruppentheorie hat sich im 19. Jahrhundert kräftig entwickelt und in wichtigen Beweisen eine entscheidende Rolle gespielt, so etwa in der Theorie der Lösbarkeit von Polynomgleichungen mit Radikalen bei Abel und Galois. Klein hat bemerkt, dass verschiedene Arten von Geometrien sich durch die Isometriegruppen – allgemeiner die strukturhaltenden Selbstabbildungen – charakterisieren lassen. Reguläre Polyeder oder Kristalle und andere Muster lassen sich mit Gruppentheorie klassifizieren. Wer Stewart auf seinem Ausflug von der Symmetrie zur Gruppentheorie und zurück folgt, wird Bekanntschaft mit allerlei mathematischen Strukturen machen: mit Zahlen, aber auch mit Matrizen, Matrixgruppen, Spielen, Mustern, Musterbildungsprozessen. Nicht immer realisiert die Natur Symmetrien perfekt. Symmetrien können auch gebrochen werden. Wer würde in einem Knoten Symmetrien vermuten? Die Knotengruppe weist auf weniger offensichtliche Symmetrien hin.

Physiker versuchen, den Zoo der Elementarteilchen zu verstehen und zu ordnen. Dabei werden erneut Gruppen ins Spiel gebracht. Stewart berichtet über diesen Ansatz verständlich und in grossen Zügen. Dabei kommt er auf

klassische Liegruppen zu sprechen. Das gerät dann zur Besichtigung aus der Nähe, aber nicht zum Kontakt mit der Sache an sich.

Zuletzt mutet sich Stewart einen Bericht über die Klassifikation der endlichen einfachen Gruppen zu. Das war vor rund 30 Jahren eine Grosstat, die einer Gruppe von Spezialisten gelang. Ihre Spur in der Fachliteratur umfasst mehr als 10'000 Seiten Beweise. Nur wenige Mathematiker fühlen sich kompetent, darüber zu urteilen. Stewart tut es nicht, er berichtet. Ob die intelligente Leserin, der aufgeweckte Leser ihm da auf Seite 133 bis zum Monster und zum Babymonster folgen werden und was ihnen die Faktorzerlegung der Gruppenordnungen sagt, müssen diese selbst beurteilen.

Der Text schliesst mit Berichten zu neusten Entwicklungen der Gruppentheorie und der Graphentheorie, Expander, die für Informatikanwendungen wesentlich sind. Vielleicht heisst Stewarts Botschaft hier: Vertraut darauf, dass die abstrakteste Theorie immer wieder die Spitzentechnologie befruchtet, selten aber umgekehrt!

Das Buch ist faszinierend und informativ, aber es ist kein mathematisches Lehrbuch. Stewart konfrontiert seine Leser implizit mit pädagogisch relevanten Fragen zum Sinn und zu den Grenzen der Popularisierung zeitgenössischer Mathematik und Wissenschaft überhaupt. Wer hier mitreden will, muss Bücher wie dieses lesen, sich vielleicht auch der analogen Frage nach der Vermittlung zeitgenössischer Kunst stellen. Ich ermuntere Sie: Tun Sie beides! Sie werden durch dieses kleine Büchlein auf jeden Fall bereichert.

H. Walser: Symmetrie in Raum und Zeit. 179 Seiten, € 19.50. Edition am Gutenbergplatz Leipzig EAGLE, 2014. ISBN 978-3-937219-46-2.

Dieser Text ist eine komplette Neubearbeitung des Themas *Symmetrie*, zu dem Hans Walser schon 1998 bei B.G. Teubner ein bemerkenswertes Lehrbuch veröffentlicht hat. Der frühere Text wurde auf Anregung von Peter Hilton auch in englischer Übersetzung von MAA herausgegeben: *Symmetry* by Hans Walser, translated from the German by Peter Hilton and Jean Pedersen, The Mathematical Association of America (Spectrum Series), 2001, ISBN 0-88385-532-1.

Hans Walser behandelt Symmetrie von einem Standpunkt, der dem Gymnasium angemessen ist. Daher sucht man 'Gruppe' oder 'Gruppentheorie' in seinem Stichwortverzeichnis umsonst. Symmetrie wird als vorerst undefinierter Begriff in Beispielen beobachtet und abgegrenzt gegen Asymmetrie. Der Mensch muss sich an der Schönheit nahezu symmetrischer Erscheinungen längst vor der Entwicklung der Geometrie erfreut haben. Während Jahrtausenden wurden Gärten, Gebäude, Städte, Texte, Choreografien oder Melodien symmetrisch angelegt, vielleicht weil Symmetrie auch ein ökonomisches Prinzip sein kann, dem es genügt, nur einen Teil explizit zu erdenken und den Rest durch Symmetrie fortzusetzen. Erst im 18. Jahrhundert begann die Gruppentheorie zu keimen, die im 19. Jahrhundert den intuitiven Symmetriebegriff zu formalisieren vermochte. Es ist ein didaktisch weiser Entscheid, diese abstrakte algebraische Formalisierung der Symmetrie im allgemeinbildenden Gymnasium auszusparen.

Die Kapitelüberschriften lauten: Symmetrie und Gleichmass – Spieglein, Spieglein – Symmetrisches Vorgehen – Ornamente – Parkette und Gitter – Spiralen – Regelmässige Vielecke – Platonische Körper – Periodizität.

Beispiele und Begriffe, die Walsers didaktischen Kosmos bevölkern, treten in verschiedenen Rollen auch in diesem Text auf: Goldener Schnitt, DIN A4, Faltmodelle und Origami, Schliessungsfiguren, Konstruktionen mit Zirkel und Lineal und mehr.

Der Text gewinnt durch die vielen sehr sorgfältig erzeugten und aussagekräftigen Illustrationen. Die Rolle als Lehrtext wird unterstrichen durch das didaktische Lehrgespräch, das sich im Umkreis von Fragen und Antworten virtuell entspinnen kann, wenn die Leser sich auf die Intention des Autors einlassen. Durch die Fragen und Antworten wird der Text getaktet, insbesondere, wenn die Leserin sich die Zeit gönnt, ihren eigenen Weg selbst zu suchen und auch zu gehen. In dieser Anlage von Fragen und Antworten vermittelt der Lehrer Hans Walser einen Einblick in seinen Unterrichtsstil und in sein Können.

Beim Thema 'Symmetrisches Vorgehen' werden Eckenschwerpunkte, Kantenschwerpunkte und Flächenschwerpunkte allein mit Zirkel und Lineal konstruiert. Die Vektorgeometrie würde hier eine viel engere Anlehnung an die physikalische Argumentation erlauben. Allgemein lassen sich Schwerpunkte mit Vektorgeometrie unabhängig von der Dimension und der Anzahl der geometrischen Komponenten unmittelbar aus der physikalischen Definition des Schwerpunktes herleiten. Allerdings nutzt dieser Zugang die 'Symmetrie der Daten' so wirkungsvoll, dass die Methode des 'symmetrischen Vorgehens' gar nie auftaucht.

Ich empfehle dieses bemerkenswerte und schöne Buch von Hans Walser wärmstens, und zwar als anregende Lektüre für Unterrichtende oder in der Lehrerbildung ebenso wie als Jungbrunnen für einen beziehungsreichen Mathematikunterricht im Gymnasium, dessen Legitimation und Relevanz durch Sachverstand, didaktisches Vorgehen und Wahl der Inhalte autonom gesichert werden.

H.R. Schneebeli, Wettingen