

---

---

## Bücher und Computersoftware

---

---

**W. Büttmeyer (Hrsg.): Philosophie der Mathematik.** Alber-Texte Philosophie, hrsg. von K.-H. Lembeck, Bd. 16. 234 Seiten, sFr. 28.–. Karl Alber, Freiburg/München 2003; ISBN 3-495-48013-7.

Die Philosophie der Mathematik reflektiert über Mathematik, mathematisches Wissen und mathematische Methoden. Dabei geht sie über die Mathematik hinaus und untersucht deren Elemente und Voraussetzungen. Das heisst, Philosophie der Mathematik ist nicht selber Mathematik; ihre Fragen sind nicht mathematische Fragen, die mit Mitteln der Mathematik zu beantworten wären.

Die Philosophie der Mathematik beschäftigt sich ausgehend von der Grundfrage „Was ist Mathematik?“ zunächst mit Fragen wie: Welches sind die Gegenstände der Mathematik: Sind es Zahlen, Quantitäten, Mengen oder Strukturen? Mit welchen Methoden arbeitet die Mathematik, wie gelangt sie zu ihren Erkenntnissen? Welche Natur haben mathematisches Wissen, mathematische Objektivität und mathematische Wahrheit? Welche erkenntnistheoretische Rolle spielt die Axiomatik beim Aufbau mathematischer Strukturen?

Um die Wende zum 20. Jahrhundert tritt die Frage nach den Grundlagen der Mathematik angesichts der Widersprüche, die aus Cantors Mengenlehre abgeleitet werden, in aller Schärfe auf. Als Alternative zu einer platonistischen Sichtweise, die sich bei Axiomatisierung und Definition auf Zahlen und Mengen als unabhängig existierende Objekte stützt und sich die genannten Widersprüche einhandelt, werden in der Folge verschiedene Vorschläge entwickelt. So versucht Frege eine Reduktion der Mathematik und ihrer Begriffe auf die Logik (Logizismus). Hilbert versucht, die Mathematik aus Axiomen, Formeln und Beweisen aufzubauen und alle inhaltlichen Überlegungen von diesem formalen, zeichentheoretischen Aufbau, durch den mathematische Begriffe implizit definiert werden, zu trennen (Formalismus). Weitere wichtige Ansätze sind Brouwers Intuitionismus, der u.a. davon ausgeht, dass mathematische Wahrheit an Beweisbarkeit zu knüpfen ist; der Strukturalismus (Bourbaki), der mathematische Theorien als grundlegende Strukturen der Verknüpfung und Ordnung fasst; sowie der Konstruktivismus (Lorenzen), der Axiomensysteme als Konstruktionen und mathematische Objekte als deren Resultate auffasst. Diese Alternativen haben entscheidenden Einfluss auf die oben gestellten Fragen nach den Gegenständen, Methoden und Erkenntnissen der Mathematik. Die Antworten darauf fallen im jeweiligen Rahmen grundlegend anders aus.

In Fragen nach der Natur mathematischer Gegenstände, nach der Natur und der Grundlage mathematischen Wissens sowie nach mathematischer Notwendigkeit spiegeln sich viele Diskussionen aus klassischen Bereichen der Philosophie: der Metaphysik, der Erkenntnistheorie und der Semantik. In den Diskussionen über die Grundlagen der Mathematik stellen sich letztlich dieselben Probleme wie in den grossen Debatten der Philosophie zwischen Rationalismus und Empirismus oder zwischen Realismus und Antirealismus. Mathematische Erkenntnis gilt in der Geschichte der Philosophie vielen als Paradigma der unzweifelhaften und von Erfahrung unabhängigen Erkenntnis (Descartes, Leibniz, Kant), mathematisches Vorgehen gilt oft als Vorbild für philosophische Methoden (Descartes, Spinoza, Leibniz). Die Reflexion der Philosophie auf die Mathematik leistet so immer auch wichtige Beiträge zur Differenzierung und Klärung grundlegender philosophischer Fragen.

Der Band *Philosophie der Mathematik* der Reihe *Alber-Texte Philosophie*, herausgegeben und eingeleitet von Wilhelm Büttmeyer, versammelt Texte von dreizehn Autoren, die vorwiegend der Philosophie zuzurechnen sind. Zwei Texte stammen von Mathematikern: die Texte von David Hilbert und vom Autorenkollektiv, das unter dem Pseudonym Nicolas Bourbaki publiziert hat. Den Textausschnitten ist jeweils eine kurze Skizze der Biographie und der wichtigsten Werke des Autors vorangestellt. Die Einleitung des Herausgebers dient einerseits der

Einbettung der ausgewählten Texte und bietet andererseits einen kurzen historischen Überblick über die namhaftesten Autoren und ihre Beiträge zum Thema. Im Anhang finden sich nützliche weiterführende Literaturhinweise (leider fehlen hier Hinweise auf gewichtige fremdsprachige Textsammlungen).

Die Auswahl Büttemeyers umfasst Textausschnitte von durchschnittlich dreizehn Seiten (min. eine Seite, max. 22) aus der Geschichte der Philosophie der Mathematik von Platon und Aristoteles über Pappos, Leibniz, Kant und Mill bis zu zeitgenössischen Autoren wie Dummett oder Shapiro. Die letzten sieben Texte stammen aus dem 20. Jahrhundert; neben Texten der beiden letztgenannten Autoren sind Passagen von Carnap, Hilbert, Bourbaki, Lorenzen und Lakatos aufgenommen. Die Texte von Platon bis Mill beschäftigen sich mit verschiedenen der genannten Fragestellungen. Die Texte aus dem 20. Jahrhundert fokussieren die Grundlagenproblematik, exemplarisch sind Texte der oben kurz skizzierten Richtungen ausgewählt.

Die geschilderte Breite des Themas macht Einschränkungen bei der Auswahl unausweichlich. Dennoch fehlen massgebliche Autoren, allen voran Frege, dessen grosse Bedeutung für das Thema in der Einleitung hervorgehoben wird. Solche Auslassungen werden mit Verweis auf die Textsammlungen zur Logik (Alber-Texte Philosophie Bd. 19), zur Wissenschaftsphilosophie (Bd. 5) und auf zwei ältere Anthologien von Thiel und Becker begründet. Diese Gründe vermögen im Blick auf die Eigenständigkeit der vorliegenden Ausgabe und in Anbetracht der Tatsache, dass die Sammlungen von Thiel und Becker vergriffen sind, nicht zu überzeugen.

Die Sammlung von Wilhelm Büttemeyer wird dennoch vielen von Nutzen sein.

Sie ist als textorientierte Einführung und erste Orientierung über die Fragestellungen der Philosophie der Mathematik nützlich für Studierende sowohl der Mathematik als auch der Philosophie. Die meisten Texte werden auch interessierten Laien leicht zugänglich sein.

Als Grundlage für ein Proseminar oder eine vergleichbare einführende Veranstaltung an der Universität scheint mir die Textauswahl zu wenig ausgeglichen. Sie liefert weder einen breiten historischen Hintergrund noch eine tiefergehende Einführung in die Grundlagenfragen.

Einzelne Texte oder Textausschnitte sind sehr gut brauchbar für den Unterricht auf Gymnasialstufe, und zwar in beiden Fächern Mathematik *und* Philosophie. Ohne ausgiebige Vorerläuterungen können Abschnitte von den Autoren 1–6 im Blick auf bestimmte Begriffe oder Methoden gelesen werden. Zum Beispiel Aristoteles' Definitionen von Beweis, These, Hypothese, Definition (Textausschnitte 2); Pappos' Ausführungen über Analyse und Synthese (Text 3); die begrifflichen Differenzierungen von Leibniz (Text 4); Kants Bestimmung mathematischer Urteile als synthetisch a priori (Text 5); Überlegungen Hilberts zur Zahlentheorie (Text 8). Die Vorschläge zur Lösung der Grundlagenproblematik (Texte 7–13) sind i.Allg. voraussetzungsreicher und können im Klassenverband kaum ohne eingehende Einführung gelesen werden; auch die Lehrperson sollte sich hier gut auskennen. Interessierten Schülerinnen und Schülern können die Texte 7 bis 13 aber durchaus als Grundlage einer Matura- oder Semesterarbeit dienen.

Versierte Lehrkräfte werden dem Buch einige Anregungen für den Mathematik- oder Philosophieunterricht entnehmen, auch ohne im Unterricht Textlektüre zu betreiben (etwa die Passage zum Kreis von Platon, Text 1).

Texte der Sammlung lassen sich als Grundlage oder Anregung für gemeinsame Veranstaltungen (Team-Teaching, Spezialwochen) von Philosophie- und Mathematiklehrkräften verwenden.

Als Einführungen, die über die kurz gehaltene Einleitung von W. Büttemeyer hinausgehen, würde ich die Monographien von Christian Thiel und Stephan Körner empfehlen wollen (*Körner, St.: Philosophie der Mathematik. Eine Einführung*, München 1968; *Thiel, Ch.: Philosophie und Mathematik. Eine Einführung in ihre Wechselwirkungen und in die Philosophie der Mathematik*, Darmstadt 1995). Es scheint aber symptomatisch für das Fachgebiet: Beide sind vergriffen, Neuauflagen nicht vorgesehen.

U. Doguoglu, Zürich

**H.J. Pesch: Schlüsseltechnologie Mathematik, Einblicke in aktuelle Anwendungen der Mathematik.** 185 Seiten, sFr. 38.60. Teubner, Wiesbaden 2002; ISBN 3-519-02389-X.

Wer vor der Wahl eines Studiums oder einer Studienrichtung steht und sich die Frage stellt, ob die Kulturwissenschaft Mathematik neben der Informatik noch eine Zukunft habe, oder wer Anwendungen der Mathematik unterrichtet und sich bewusst ist, dass moderne Anwendungen der Mathematik in der Lehrerbildung kaum je zur Sprache gekommen sind, wird mit diesem attraktiv aufgemachten und sorgfältig gestalteten Text auf seine Rechnung kommen. Die Chance ist gross, dass die angesprochene Studienwahl mit gutem Grund auf die Seite der Mathematik kippt, moderne, angewandte Mathematik, Technomathematik, um genau zu sein.

Das Problem der kürzesten Laufzeit (Brachistochronenproblem) von Johann Bernoulli wird entwickelt und didaktisch so mustergültig behandelt, dass im Keim wesentliche Ideen zur Variationsrechnung so verständlich dargelegt werden, dass aufgeweckte Maturanden dem Argument Schritt für Schritt zu folgen vermögen. Dabei geht der kulturelle Aspekt keineswegs leer aus. Der Autor spannt den Bogen vom Problem Didos über die modernen Maximumprinzipien von Hestenes und Pontrjagin zur optimalen Steuerung von Raketen, Robotern, chemischen Prozessen oder neuartigen Raumfahrzeugen. Dabei wird klar, welche bedeutende Ergänzung die formale Analysis durch die Numerik und die modernen Hilfsmittel der Informatik erhalten hat. Die neuen Möglichkeiten der Technomathematik werden anhand konkreter Beispiele aus der Praxis eindrücklich vorgeführt: die Entwicklung von Autopiloten für Verkehrsflugzeuge, die Landungsmanöver für Raumfähren, Robotersteuerungen, Fahrzeugentwicklung. Dabei kommt zum Ausdruck, wie wichtig die Rechnersimulation für viele Spitzentechnologien ist, und welche Herausforderung die Echtzeitsteuerung und Echtzeitsimulationen für die angewandte Mathematik trotz Hochleistungsrechnern immer noch darstellen. In der industriellen Wirklichkeit – nicht bloss auf den Spielkonsolen – gehen beim Entwickeln neuer Lösungen Realität und virtuelle Realität mehr und mehr ineinander über.

Es dürfte auch klar geworden sein, dass die vom Autor behandelten Problemfelder gewisse Bereiche der angewandten Mathematik kaum betreffen, etwa zahlentheoretische Anwendungen oder allgemein die diskrete Mathematik oder die Statistik, wo ein vergleichbares Potential an innovationsträchtigen Anwendungen zu nutzen ist.

Im Text sind anspruchsvolle Übungsaufgaben eingestreut, deren Lösungen in einem abschliessenden Kapitel erscheinen, ein sicheres Indiz für das didaktische Engagement des Verfassers. In die gleiche Richtung weist die sorgfältige Gestaltung und das hervorragende Bildmaterial.

Ich empfehle diesen Text wärmstens für Schülerbibliotheken an Gymnasien, für die Lehrerausbildung oder die Fachbibliothek.

H.R. Schneebeli, Baden